Автономная некоммерческая образовательная организация
высшего образования
«Воронежский экономико-правовой институт»
(АНОО ВО «ВЭПИ»)

АНОО ВО "ВОРОНЕЖСКИЙ ЭКОНОМИКО-ПРАВОВОЙ ИНСТИТУТ", АНОО ВО "ВЭПИ", ВЭПИ

Подписано цифровой подписью: АНОО ВО "ВОРОНЕЖСКИЙ ЭКОНОМИКО-ПРАВОВОЙ ИНСТИТУТ", АНОО ВО "ВЭПИ", ВЭПИ
Дата: 26.09.2023 11:59:33 +03'00'

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебно-методической работе
_____ А.Ю. Жильников
«___» _____ 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Б1.О.07 Математика
(наименование дисциплины (модуля))

09.03.03 Прикладная информатика
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) Прикладная информатика в экономике
(наименование направленности (профиля))

Квалификация выпускника Бакалавр
(наименование квалификации)

Форма обучения Очная, заочная
(очная, заочная)

Рекомендован к использованию Филиалами АНОО ВО «ВЭПИ»

Воронеж 2023

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной информатики.

Протокол от «01» сентября 2023 г. № 1

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) согласован со следующими представителями работодателей или их объединений, направление деятельности которых соответствует области профессиональной деятельности, к которой готовятся обучающиеся:

директор Ле /Попов Р.Н./ ООО "Ангелы Айти"
(должность, наименование организации, фамилия, инициалы, подпись, дата, печать)

директор /Бабков В.В./ ООО "Сфера Айти"
(должность, наименование организации, фамилия, инициалы, подпись, дата, печать)

Заведующий кафедрой М.С. Агафонова

Разработчики:

Доцент Е.О. Окунева

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОП ВО

Целью проведения дисциплины Б1.О.07 Математика является достижение следующих результатов обучения:

Код компетенции	Наименование компетенции
УК-1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ОПК-1	способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

В формировании данных компетенций также участвуют следующие дисциплины (модули), практики образовательной программы (по семестрам (курсам) их изучения):

- для очной формы обучения:

Наименование дисциплин (модулей), практик	Этапы формирования компетенций по семестрам изучения							
	1 сем.	2 сем.	3 сем.	4 сем.	5 сем.	6 сем.	7 сем.	8 сем.
Философия	УК-1							
Теория вероятностей и математическая статистика				УК-1 ОПК-1				
Дискретная математика				ОПК-1				
Физика		УК-1; ОПК-1						
Программная инженерия						УК-1	УК-1	
Информационная безопасность								УК-1
Создание и реализация общественных проектов			УК-1					
Высокоуровневые методы программирования				ОПК-1				
Архитектура ЭВМ	ОПК-1							
Правовые основы прикладной информатики								ОПК-1
Управление проектами				УК-1				
Информационный менеджмент						УК-1		
Учебная практика (технологическая (проектно-технологическая) практика)				ОПК-1				
Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена								ОПК-1
Производственная практика (преддипломная практика)								УК-1
Выполнение и защита выпускной квалификационной работы								УК-1
Гражданское население в противодействии распространению идеологии терроризма							УК-1	
Подготовка публичной защиты ВКР								УК-1

- для заочной формы обучения:

Наименование дисциплин (модулей), практик	Этапы формирования компетенций по курсам изучения				
	1 курс	2 курс	3 курс	4 курс	5 курс
Философия	УК-1				
Теория вероятностей и математическая статистика		УК-1 ОПК-1			
Дискретная математика		ОПК-1			
Физика	УК-1; ОПК-1				
Программная инженерия			УК-1	УК-1	
Информационная безопасность					УК-1
Создание и реализация общественных проектов		УК-1			
Высокоуровневые методы программирования		ОПК-1			
Архитектура ЭВМ		ОПК-1			
Правовые основы прикладной информатики					ОПК-1
Управление проектами		УК-1			
Информационный менеджмент			УК-1		
Учебная практика (технологическая (проектно-технологическая) практика)			ОПК-1		
Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена					ОПК-1
Производственная практика (преддипломная практика)					УК-1
Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы					УК-1
Гражданское население в противодействии распространению идеологии терроризма				УК-1	
Подготовка публичной защиты ВКР					УК-1

Этап дисциплины (модуля) Б1.О.07 Математика соответствует:
- для очной формы обучения – 1, 2, 3 семестру
- для заочной формы обучения – 1, 2 курсу.

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкалы оценивания

Показателями оценивания компетенций являются следующие результаты обучения:

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Выполняет поиск, критический анализ и синтез информации для решения поставленных задач.	знать: -основы математического аппарата; уметь: - осуществлять поиск математических методов решения задач; владеть: - навыком синтеза математических методов решения задач.
	ИУК-1.2. Использует системный подход для решения поставленных задач.	знать: - теоретические основы математики; уметь: - применять использовать различные способы решения задач; владеть: -навыком систематизации математических данных.
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Применяет основы математики, физики, вычислительной техники и программирования в профессиональной деятельности.	знать: - основные понятия математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и раскрытие взаимосвязи этих понятий; уметь: - применять основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии для осуществления профессиональной деятельности; владеть: - навыками применения базового инструментария математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии для решения теоретических и практических задач.
	ИОПК-1.2. Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	знать: - методы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, используемые для решения практических и профессиональных задач; уметь: - решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; владеть: - навыками работы с методами математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии в рамках своей профессиональной деятельности.
	ИОПК-1.3.	знать:

	Использует методы теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	- основы проведения научных исследований, основы обработки, анализа и интерпретации результатов в исследованиях; уметь: - применять методы теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности; владеть: - навыками построения, исследования экономико-математических моделей социально-экономических процессов, а также их практического применения для решения социально- экономических задач.

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины (модуля):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины, темы (модуля)	Код компетенции, код индикатора достижения компетенции	Критерии оценивания	Оценочные средства текущего контроля успеваемости	Шкала оценивания
1	Тема 1. Матрицы и определители. Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами.	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - определение матрицы Уметь: - применять операции над матрицами Владеть: - возведением в степень	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
2	Тема 2. Обратная матрица. Ранг матрицы.	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - определение обратной матрицы. Уметь: - определять ранг матрицы. Владеть: - теоремой о ранге матрицы	Задачи	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
3	Тема 3. Система линейных уравнений. Основные понятия и определения. Системы n линейных уравнений с n переменными.	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - виды системы m линейных уравнений с n переменными. Уметь: - решить системы двух уравнений с двумя переменными. Владеть: - теоремой Крамера	РГР - расчетно-графическая работа	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
4	Тема 4. Метод Гаусса.	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - суть метода Гаусса. Уметь: - на примере объяснить метод Гаусса. Владеть: - методом последовательного исключения	Тест	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»

			переменных.		
5	Тема 5. Элементы матричного анализа. Векторы на плоскости и пространстве.	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - понятие «векторы» Уметь: - применять операции над векторами Владеть: - понятием «сумма двух векторов»	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
6	Тема 6. Евклидово пространство. Уравнение линии.	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - понятие «скалярное произведение». Уметь: - сформулировать свойства Владеть: - определением уравнения линии на плоскости.	Контрольная работа	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
7	Тема 7. Функция	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - способы задания функции. Уметь: - определять функцию Владеть: - основными свойствами функций.	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
8	Тема 8. Теория пределов	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - предел последовательности Уметь: - найти предел функции Владеть: - свойствами пределов.	РГР - расчетно-графическая работа	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
9	Тема 9. Непрерывные функции	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - определение непрерывности Уметь: - находить замечательные пределы Владеть: - свойствами функций.	Тест	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
10	Тема 10. Производная.	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - правила дифференцирования Уметь: - решать задачи Владеть: - понятием «производная»	Задачи	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
11	Тема 11. Производные основных элементарных функций	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - производные степенной Уметь: - находить обратные тригонометрические функции Владеть: - производными показательной	РГР - расчетно-графическая работа	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»

			функции		
12	Тема 12. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков.	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - определение дифференциала Уметь: - применять дифференциалы в приближенных вычислениях. Владеть: - производными и дифференциалами высших порядков	Задачи	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
13	Тема 13. Основные теоремы о дифференцируемых функциях	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - основные теоремы о дифференцируемых функциях Уметь: - применять теоремы Владеть: - теоремами Роля и Коши	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
14	Тема 14. Монотонность, экстремумы функций	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - условия монотонности функции Уметь: - находить необходимое условие экстремума Владеть: - условием монотонности функции	Доклад	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
15	Тема 15. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - условия выпуклости функции Уметь: - построить график функции Владеть: - условиями выпуклости функции	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
16	Тема 16. Формула Тейлора	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - формулу Тейлора Уметь: - применять формулу Тейлора Владеть: - основными элементарными функциями	Доклад	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
17	Тема 17. Понятие функции многих переменных	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - нахождение функции двух переменных Уметь: - находить область определения Владеть: - функцией двух переменных	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
18	Тема 18.	УК-1	Знать:	Доклад	«Отлично»,

	Дифференциальное исчисление функции многих переменных.	(ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	- частные производные Уметь: - находить частные производные высшего порядка Владеть: - производной по направлению		«Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
19	Тема 19. Экстремумы	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - понятие экстремума Уметь: - находить экстремум Владеть: - необходимым и достаточным условием экстремума	Задачи	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
20	Тема 20. Условный экстремум	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - множители Лагранжа Уметь: - решать задачи Владеть: - переходом к задаче на безусловный экстремум.	Контрольная работа	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
21	Тема 21. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - понятие «первообразная» Уметь: - находить первообразную Владеть: - свойствами неопределенного интеграла	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
22	Тема 22. Основные методы интегрирования	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - понятие «переменная» Уметь: - находить переменную Владеть: - основными методами интегрирования	Задачи	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
23	Тема 23. Интегрирование рациональных функций	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - интегралы с квадратным трехчленом в знаменателе Уметь: - разложить многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители Владеть: - алгоритмом интегрирования простейших дробей	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»

24	Тема 24. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - частные случаи тригонометрических подстановок Уметь: - интегрировать некоторые классы иррациональных функций Владеть: - решением задач	Задачи	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
25	Тема 25. Понятие определенного интеграла и его свойства	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - понятие определенного интеграла Уметь: - применять свойства Владеть: - определенным интегралом и его свойствами	Тест	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
26	Тема 26. Формула Ньютона-Лейбница	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - формулу Ньютона-Лейбница Уметь: - применять формулу Владеть: - алгоритмом решения задач	РГР - расчетно-графическая работа	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
27	Тема 27. Приложения определенного интеграла	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - формулы вычисления площади, длин дуг, тел вращения Уметь: - применять данные формулы Владеть: - материалом по данной теме	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
28	Тема 28. Несобственные интегралы	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций Уметь: - решать задачи Владеть: - понятием «несобственный интеграл от степенной функции»	Доклад	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
29	Тема 29. Основные понятия дифференциальных уравнений	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - понятие «дифференциальное уравнение» Уметь: - решать задачи Коши Владеть: - основными понятиями	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
30	Тема 30.	УК-1	Знать:	Доклад	«Отлично»,

	Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка	(ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	- Уметь: - решать однородные дифференциальные уравнения первого порядка, линейные дифференциальные уравнений первого порядка Владеть: - материалом по данной теме		«Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
31	Тема 31. Дифференциальные уравнения второго порядка	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - как находится общее и частное решения дифференциальных уравнений второго порядка Уметь: - решать дифференциальные уравнения второго порядка Владеть: - основными понятиями данной темы	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
32	Тема 32. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - определение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с правой частью и без правой части Уметь: - решать линейные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью и без правой части Владеть: - определителем Вронского	Задачи	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
33	Тема 33. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - определение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами с правой частью и без правой части Уметь: - решать характеристическое уравнение Владеть: - алгоритмом решения задач	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»

34	Тема 34. Числовые ряды	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - понятие «числовой ряд» Уметь: - находить числовой ряд Владеть: - свойствами рядов	Доклад	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
35	Тема 35. Признаки сходимости рядов с положительными членами	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - признаки сравнения Уметь: - находить признаки Даламбера Владеть: - интегральным признаком	Устный опрос	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
36	Тема 36. Арифметические операции над комплексными числами.	УК-1 (ИУК-1.1, ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)	Знать: - определение комплексного числа Уметь: - находить комплексное число Владеть: - арифметическими операциями на множестве комплексных чисел	Контрольная работа	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
ИТОГО			Форма контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации	Шкала оценивания
			Зачет с оценкой	Письменный ответ на билет	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»
			Экзамен	Письменный ответ на билет	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»

Критерии оценивания результатов обучения для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Шкала оценивания устного опроса

Критерий оценки	Оценка			
	отлично	Хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
полнота ответа	полностью раскрыто содержание вопроса	содержание вопроса в основном раскрыто	неполное знание теоретического материала	не раскрыто основное содержание учебного материала
правильность ответа	материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности, точно используется терминология;	в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание ответа;	непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и	обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в

	продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию преподавателя.	допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя.	продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; имеются затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии,	определении понятий, при использовании терминологии,
Использование примеров	теоретические положения подкреплены конкретными примерами, показана способность применять их в новой ситуации;	Приводятся примеры, не раскрывающие в полной мере теоретические положения	не может применить теорию в новой ситуации	Не приводятся примеры
Самостоятельность ответа	ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов	ответ прозвучал самостоятельно, с одним наводящим вопросом	При ответе использованы наводящие вопросы преподавателя	Не может самостоятельно ответить на вопрос

Шкала оценивания доклада

Критерий оценки	Оценка			
	отлично	Хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
полнота изложения	Доклад является информативным, объективно передаёт исходную информацию, а также корректно оценивает материал, содержащийся в первоисточнике	Не раскрыты отдельные вопросы	Тема раскрыта частично	Тема раскрыта не полностью
степень использования в работе результатов исследований и установленных научных фактов	В работе в полной мере использованы результаты исследований и установленных научных фактов по данной теме	В работе частично использованы результаты исследований и установленных научных фактов по данной теме	В работе использованы некоторые результаты исследований и установленных научных фактов по данной теме	В работе не использованы результаты исследований и установленных научных фактов по данной теме
дополнительные знания, использованные при написании работы	В работе в полной мере использованы дополнительные знания	В работе частично использованы дополнительные знания	В работе использованы некоторые дополнительные знания	В работе не использованы дополнительные знания
Уровень владения тематикой	Полностью владеет темой	Не владеет отдельными вопросами по	Частично владеет темой	Не владеет темой

		данной теме		
логичность подачи материала	Материал изложен логично	Иногда логичность изложения нарушается	Логичность прослеживается слабо	Материал изложен нелогично
Правильность цитирования источников	Источники процитированы правильно, нет плагиата	Незначительные ошибки в цитировании	Грубые ошибки в цитировании источников	Допущен плагиат
правильное оформление работы	Доклад оформлен правильно	Незначительные ошибки в оформлении	Грубые ошибки в оформлении	Доклад оформлен неправильно
соответствие доклада стандартным требованиям	Доклад полностью соответствует стандартам	Доклад соответствует стандартам, но допущены незначительные отступления	Доклад частично соответствует стандартам	Доклад не соответствует стандартам

Шкала оценивания теста

вид теста	Оценка			
	отлично	Хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Закрытые тесты с одним правильным ответом	Найден правильный ответ			Ответ найден не правильно
Закрытые тесты с несколькими правильными ответами	Представлены все правильные варианты ответа	Представлена большая часть (более 60% от общего объема правильных ответов) правильных вариантов ответа	Представлена часть (менее 50% от общего объема правильных ответов) правильных вариантов ответа	Ответ найден не правильно
Закрытее тесты на нахождение соответствия	Представлена правильная последовательность			Ответ найден не правильно
Открытые тесты с дополнением	Все представленные дополнения являются правильными	Большая часть представленных дополнений (более 60% от общего объема правильных ответов) являются правильными	Представлена часть (менее 50% от общего объема правильных ответов) правильных дополнений	Дополнения не представлены
Открытые тесты с открытым изложением ответов	Найдено верное решение и представлен аргументированный алгоритм (формулы, концепции) его нахождения	Найденный ответ имеет математические погрешности (или дает ответ не на всю поставленную проблему), но представлен аргументированный алгоритм (формулы, концепции) его нахождения	Найденный ответ имеет математические погрешности (или дает ответ не на всю поставленную проблему), так как предложенный алгоритм (формулы, концепции) его нахождения не соответствует в полной мере поставленному заданию. Либо ответ представлен	Найден неверный ответ

			правильно, но нет его логического обоснования	

Шкала оценивания контрольной работы

Критерий оценки	Оценка			
	отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Овладение системой понятий данной дисциплины	В полной мере владеет системой понятий данной дисциплины	В основном владеет системой понятий данной дисциплины	Частично владеет системой понятий данной дисциплины	Не владеет системой понятий данной дисциплины
Систематизация и обобщение научного и практического материала	Способен к систематизации и обобщению научного и практического материала и критически его оценивать	Способен к систематизации и обобщению научного и практического материала, но не может критически его оценивать	Способен обобщать научный и практический материал	Не способен к систематизации и обобщению научного и практического материала
Применение теоретических знаний для решения практических задач	В полной мере применяет теоретические знания для решения практических задач	В некоторых случаях не применяет теоретические знания для решения практических задач	применяет отдельные теоретические знания для решения практических задач	Не применяет теоретические знания для решения практических задач
Самостоятельность суждений	Полностью самостоятелен в суждениях, использует творческий подход	самостоятелен в суждениях, не использует творческий подход	Частично самостоятелен в суждениях	Не самостоятелен в суждениях
Формулировка ответов	Ответы сформулированы аргументировано, логично, грамотно, есть выводы, используются межпредметные связи	Ответы сформулированы аргументировано, логично, грамотно, есть выводы, без использования межпредметных связей	Ответы частично сформулированы аргументировано, логично, грамотно, нет выводов.	Ответы сформулированы без аргументов, с нарушением логики, допущены ошибки, нет выводов
Ответы на поставленные в задании теоретические вопросы	Дан полный правильный ответ на поставленные в задании теоретические вопросы, подкреплённый практическим опытом, приведены примеры	Дан полный правильный ответ на поставленные в задании теоретические вопросы, не подкреплённый практическим опытом, приведены примеры	Дан неполный правильный ответ на поставленные в задании теоретические вопросы	Дан неправильный ответ на поставленные в задании теоретические вопросы
Решение задач	Получен правильный ответ на предлагаемые задачи, решение полное,	Получен правильный ответ на предлагаемые задачи, решение полное, обоснованное, предложен один вариант решения	Получен правильный ответ на предлагаемые задачи, но решение не полное	Не получен правильный ответ на предлагаемые задачи

	обоснованное, предложено несколько вариантов решения			

Шкала оценивания задачи

Критерий оценки	Оценка			
	отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Понимание ситуации, находящейся в основе решения задачи	Самостоятельно вникает в сущность ситуации, находящуюся в основе решения задачи	Понимает ситуацию, находящуюся в основе решения задачи с наводящими указаниями	Делает определённые ошибки в понимании ситуации, находящейся в основе решения задачи	Неверно понимает ситуацию, находящуюся в основе решения задачи
Знание необходимых расчетных методик и формул	Применяет теоретический материал для поиска необходимых расчетных методик и формул	Находит соответствующие заданию расчетные методики и формулы с наводящими указаниями	Находит соответствующие заданию расчетные методики и формулы	Не знает необходимые расчетные методики и формулы, не может найти их в готовом теоретическом материале
Правильность хода рассуждений	Ход рассуждений не содержит ошибок	Ход рассуждений меняет по мере получения наводящих указаний.	Ход рассуждений содержит определенные ошибки.	Не может рассуждать по поводу выполнения задания или ход рассуждений содержит грубые ошибки.
Применение формул или алгоритма действий для решения многошаговых заданий	Может решать многошаговые задания с использованием нескольких формул, или нескольких алгоритмов действий	Решает только одношаговые задачи с наводящими указаниями по использованию формул или алгоритмов действий	В применения формул или алгоритма действий решает только простые задачи, подставляя значения в имеющуюся формулу или	Не может высказать никаких предположений о том, как применять готовые формулы или алгоритма действий
Понимание логики и многовариантности развития событий	Рассматривает несколько сценариев развития событий и правильно анализирует их, находя нужные решения	Рассматривает только один сценарий развития событий и анализирует их с некоторыми недостатками	Не всегда понимает, как будут развиваться события в дальнейшем и анализирует их с наводящими указаниями	Делает неверные выводы по дальнейшему развитию событий.
Решение задачи с изменением ситуации, находящейся в основе решения	Самостоятельно вникает в сущность изменения ситуации, находящуюся в основе решения задачи	Понимает изменение ситуации, находящейся в основе решения задачи с наводящими указаниями	Делает определенные ошибки в понимании изменений ситуации, находящейся в основе решения	Неверно понимает изменения в ситуацию, находящуюся в основе решения задачи

			задачи	
Последовательность в определении шагов выполнения задачи	Строгая последовательность в определении шагов выполнения задания	Несущественное нарушение последовательности в определении шагов выполнения задания	Существенное нарушение последовательности в определении шагов выполнения задания	Непоследовательность в определении
Умение самостоятельно составить задачу по заданной теме	Самостоятельно и правильно составляет задачу по теме	Составляет задачу по теме с наводящими указаниями	Составляет задачу по теме по образцу	Не может самостоятельно составить задачу

Шкала оценивания расчётно-графической работы

Критерий оценки	Оценка			
	отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Понимание, какое явление, процесс, ситуацию, отражает графический материал	Самостоятельно проанализирован графический материал	Проанализирован графический материал с незначительными ошибками	Проанализирован графический материал с грубыми ошибками	Понимает, какое явление, процесс, ситуацию отражает графический материал
Представление задания на основе формул, таблиц в графической форме	Представляет задание на основе формул, таблиц в графической форме самостоятельно	Представляет задание на основе формул, таблиц в графической форме с незначительными затруднениями	Представляет задание на основе формул, таблиц в графической форме со значительными затруднениями	Не умеет представлять задание на основе формул, таблиц в графической форме
Использование графических методов выполнения заданий	Легко ориентируется в использовании графических методов выполнения заданий	Пользуется графическими методами выполнения заданий с незначительными затруднениями	Понимает основы использования графических методов выполнения заданий	Не понимает основ использования графических методов выполнения заданий
Умение выбора нужных стратегий выполнения графического задания	Умеет выбрать нужные стратегий выполнения графического задания	Выбирает стратегии выполнения графического задания с незначительными ошибками	Выбирает стратегии выполнения графического задания со значительными ошибками	Не может выбрать никакие стратегии выполнения графического задания
Построение графического материала с последующим объяснением и выводами	Самостоятельно построен графический материал с последующим объяснением и анализом и выводами	Построен графический материал с наводящими указаниями , последующие выводы с некоторыми неточностями	В построении графического материала допущены некоторые ошибки, но ход рассуждений частично правильный	В построении графического материала допущены грубые ошибки
Умение дополнить или видоизменить графический материал с последующим объяснением и выводами	Задание на дополнение или изменение графического материала с последующим объяснением и анализом и	Графический материал дополнен и видоизменен в значительной степени, рассуждает по поводу задания, приводя некоторые аргументы	Графический материал частично дополнен и видоизменен, объясняет выполнение задания с затруднениями	Дополнение, изменение графика (диаграммы, матрицы) не представлены

	выводами выполнено			
Выполнение графического задания с различными сценариями развития событий и возможных решений	Выполняет подобные задания, приводя несколько сценариями развития событий и возможных решений	Выполняет подобные задания с незначительными затруднениями, приводит не более двух сценариев	Выполняет подобные задания со значительными затруднениями даже для одного сценария	Не может выполнять подобные задания

Критерии оценивания письменного ответа на билет на зачете с оценкой:

- отлично – выставляется обучающемуся, если: даны исчерпывающие и обоснованные ответы на все поставленные вопросы, правильно и рационально (с использованием рациональных методик) решены соответствующие задачи; в ответах выделялось главное, все теоретические положения умело увязывались с требованиями руководящих документов; ответы были четкими и краткими, а мысли излагались в логической последовательности; показано умение самостоятельно анализировать факты, события, явления, процессы в их взаимосвязи и диалектическом развитии;

- хорошо – выставляется обучающемуся, если: даны полные, достаточно обоснованные ответы на поставленные вопросы, правильно решены практические задания; в ответах не всегда выделялось главное, отдельные положения недостаточно увязывались с требованиями руководящих документов, при решении практических задач не всегда использовались рациональные методики расчётов; ответы в основном были краткими, но не всегда четкими; показано слабое умение самостоятельно анализировать факты, события, явления, процессы в их взаимосвязи и диалектическом развитии;

- удовлетворительно – выставляется обучающемуся, если: даны в основном правильные ответы на все поставленные вопросы, но без должной глубины и обоснования, при решении практических задач обучающийся использовал прежний опыт и не применял новые методики выполнения расчётов, однако на уточняющие вопросы даны в целом правильные ответы; при ответах не выделялось главное; отдельные положения недостаточно увязывались с требованиями руководящих документов, при решении практических задач не использовались рациональные методики расчётов; ответы были многословными, нечеткими и без должной логической последовательности, на отдельные дополнительные вопросы не даны положительные ответы; показано неумение самостоятельно анализировать факты, события, явления, процессы в их взаимосвязи и диалектическом развитии.

- неудовлетворительно – выставляется обучающемуся, если не выполнены требования, соответствующие оценке “удовлетворительно”.

Критерии оценивания ответа на экзамене:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал знание основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образование, умение показать уровень сформированности практических профессиональных умений и навыков, способность четко и аргументировано отвечать на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал недостаточно полное знание основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образование, проявил неявное умение продемонстрировать уровень сформированности практических профессиональных умений и навыков, давал не всегда четкие и логичные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал неглубокие знания основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образование, а также испытывал существенные затруднения при ответе на дополнительные вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал отсутствие знаний основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образование при ответе на вопросы билета.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

3.1. Вопросы для проведения устного опроса:

1. Понятие матрицы.
2. Определение матрицы.
3. Обозначение матрицы.
4. Запись с помощью матриц некоторых экономических зависимостей.
5. Виды матриц.
6. Матрица-строка матрица -столбец.
7. Квадратная матрица третьего порядка.
8. Главная диагональ.
9. Единичная матрица n-го порядка.
10. Нулевая матрица.
11. Операции над матрицами сложение матриц , умножение матриц ,вычитание матриц.
12. Умножение матрицы на число.
13. Возведение в степень.

14. Транспонирование матрицы.
15. Определение обратной матрицы.
16. Теорема существования обратной матрицы.
17. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
18. Определение ранга матрицы.
19. Вид системы m линейных уравнений с n переменными.
20. Эквивалентные системы уравнений.
21. Запись системы в матричной форме.
22. Решение системы двух уравнений с двумя переменными.
23. Теорема Крамера.
24. Решение системы уравнений по формулам Крамера.
25. Коллинеарные векторы.
26. Нулевой вектор.
27. Произведение вектора на число.
28. Сумма двух векторов.
29. Разность двух векторов.
30. Координаты вектора.
31. Скалярное произведение векторов.
32. Определение скалярного произведения.
33. Свойства скалярного произведения.
34. Определение евклидова пространства.
35. Длина вектора x в евклидовом пространстве.
36. Свойства длины вектора.
37. Ортогональные векторы.
38. Ортонормированный базис.
39. Определение уравнения линии на плоскости.
40. Определение функции, последовательность, способы задания функции, свойства функций, обратная и сложная функция.
41. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.
42. Замена переменной, интегрирование по частям.
43. Интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница, замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
44. Вычисление площадей, объемов тел вращения, длин дуг.
45. Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, несобственный интеграл от степенной функции.
46. Определение комплексного числа.
47. Арифметические операции на множестве комплексных чисел.

3.2. Примерный перечень тем докладов и сообщений:

1. Обратная матрица. Ранг матрицы.
2. Метод Гаусса
3. Элементы матричного анализа. Векторы на плоскости и пространстве.

4. Теория пределов
5. Производная.
6. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков.
7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях
8. Монотонность, экстремумы функций
9. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба
10. Условный экстремум
11. Интегрирование рациональных функций
12. Понятие определенного интеграла и его свойства
13. Несобственные интегралы
14. Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка
15. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка
16. Признаки сходимости рядов с положительными членами
17. Арифметические операции над комплексными числами.
18. Формула Тейлора
19. Экстремумы
20. Основные методы интегрирования
21. Формула Ньютона-Лейбница
22. Приложения определенного интеграла
23. Обратная матрица.
24. Ранг матрицы
25. Евклидово пространство. Уравнение линии.
26. Монотонность, экстремумы функций
27. Условный экстремум

Задания закрытого типа (Тестовые задания)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

Общие критерии оценивания

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	19	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
2	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	20	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
3	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2)	21	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2)

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
	ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
4	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	22	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
5	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	23	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
6	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	24	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
7	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	25	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
8	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	26	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
9	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	27	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
10	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	28	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
11	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	29	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
12	УК-1	30	УК-1

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
	(ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		(ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
13	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	31	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
14	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	32	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
15	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	33	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
16	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	34	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
17	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	35	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
18	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	36	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)

Ключ ответов

№ вопроса	Верный ответ	№ вопроса	Верный ответ
1	1–А; 2–В; 3–Б; 4–Г	19	2
2	5,3,4,1,2	20	3
3	4	21	1–Б; 2–В; 3– Г; 4– А
4	2,1,4,3,5	22	3,4
5	1–Б; 2–А	23	4

№ вопроса	Верный ответ	№ вопроса	Верный ответ
6	1,3	24	1
7	1–В; 2–А; 3–Г; 4–Б	25	3
8	4	26	1–Б; 2–В; 3– А; 4– Г
9	5,1,3,4,2	27	3
10	1–Г; 2–В; 3–Б; 4–А	28	4
11	1	29	3
12	4	30	4
13	2	31	2,4
14	1	32	4
15	2	33	1
16	1	34	2
17	2,3,5,4,1	35	1
18	1	36	3

Тема 1. Матрицы и определители. Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами

Задание № 1

Установить соответствие между матрицами и их определителями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	$\begin{pmatrix} 5 & 0 & -5 \\ -6 & 0 & 5 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	А	25
2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -10 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$	Б	-15
3	$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 \\ 8 & 1 & 1 \\ 8 & 0 & 5 \end{pmatrix}$	В	9
4	$\begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$	Г	25

Тема 2. Обратная матрица. Ранг матрицы

Задание № 2

Запишите верную последовательность нахождения обратной матрицы:
1) записать обратную матрицу;
2) сделать проверку;
3) сделать вывод о существовании обратной матрицы;
4) найти алгебраические дополнения к элементам матрицы;
5) найти определитель матрицы.

Тема 3. Система линейных уравнений. Основные понятия и определения. Системы n линейных уравнений с n переменными

Задание № 3

Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ -x_1 - x_3 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 6 \end{cases}.$$

1. $(3,-7,1)$;
2. $(-8,4,1)$;
3. $(0,0,0)$;
4. $(2,3,1)$.

Тема 4. Метод Гаусса

Задание № 4

Составьте правильную последовательность действий при решении системы методом Гаусса.

1. С помощью элементарных преобразований привести записанную матрицу к ступенчатому виду;
2. Записать расширенную матрицу исходной системы;
3. Начиная с последнего уравнения, найти все переменные;
4. По полученной ступенчатой матрице записать систему;
5. Сделать проверку.

Тема 5. Элементы матричного анализа. Векторы на плоскости и пространстве

Задание № 5

Установите соответствие между условиями параллельности и перпендикулярности векторов $\vec{a} = (a_x, a_y)$ и $\vec{b} = (b_x, b_y)$.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Условие параллельности	А	$a_x b_x + a_y b_y = 0$
2	Условие перпендикулярности	Б	$\frac{b_x}{a_x} = \frac{b_y}{a_y}$

Тема 6. Евклидово пространство. Уравнение линии

Задание № 6
Какие из уравнений задают линию?

1. $x^2 + y^2 = 4y$;
2. $x^2 + y^2 = 0$;
3. $x^2 = 2y$;
4. $x^2 + y^2 = -6$.

Тема 7. Функция

Задание № 7
Установите соответствие между числовыми множествами и их определениями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	$Z = \{0; \pm1; \pm2; \pm3; \dots \pm n; \dots\}$	А	Множество натуральных чисел
2	$N = \{1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$	Б	Множество целых неотрицательных чисел
3	$Q = \left\{\frac{m}{n}, m \in Z, n \in N\right\}$	В	Множество целых чисел
4	$Z_0 = \{0; 1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$	Г	множество рациональных чисел

Тема 8. Теория пределов

Задание № 8
Предел $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{12x^6+7x^4-32x+36}{7x^6-32x^5+12x+36}$ равен**:**

1. ∞;
2. $-\frac{1}{32}$;
3. 1;
4. $\frac{12}{7}$.

Тема 9. Непрерывные функции

Задание № 9
Составьте верное символическое определение предела функции $y = f(x)$, при x стремящимся к x_0 *справа:*

1) существует такое $\delta > 0$;

2) сокращенно, $A = \lim\limits_{x \to x_0 + 0} f(x)$;

3) что для любого $x > x_0$, удовлетворяющего неравенству $x - x_0 < \delta$;

4) выполнено неравенство $| f(x) - A |$;

5) для любого $\varepsilon > 0$.

Тема 10. Производная

Задание № 10

Установите соответствие между функциями и их производными:

Столбец 1		Столбец 2	
1	$f(x) = 5^{6x}$	А	$-\frac{7}{2\sqrt{x-9}}\sin(\sqrt{x-9})$
2	$f(x) = 6^{5x}$	Б	$-\frac{95}{(x-10)^2}$
3	$f(x) = \frac{9x+5}{x-10}$	В	$6^{5x}5\ln 6$
4	$f(x) = 7\cos(\sqrt{x-9})$	Г	$5^{6x}6\ln 5$

Тема 11. Производные основных элементарных функций

Задание № 11

Производная функции $f(x) = x\cos(x+3) + 7$ равна:

1. $\cos(x+3) - x\sin(x+3)$;
2. $x\sin(x+3) + 7$;
3. $\sin(x+3)$;
4. $\sin(x+3) - x\cos(x+3)$.

Тема 12. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков

Задание № 12

Производная второго порядка функции $f(x) = 5^{6x}$ равна:

1. $5^{6x}5^2\ln 5$;
2. 5^{6x};
3. $6x5^{6x-1}$;
4. $5^{6x}6^2\ln 5$.

Тема 13. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

Задание № 13

Какая теорема утверждает:

Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], дифференцируема на интервале (a, b) и значения функции на концах отрезка равны f(a) = f(b), то на интервале (a, b) существует точка ε, a < ε < b, в которой производная функция f(x) равная нулю, f′(ε) = 0.

1. Лагранжа;
2. Ролля;
3. Коши;
4. Лопиталя.

Тема 14. Монотонность, экстремумы функций

Задание № 14

Достаточным условием убывания функции $y(x)$ на интервале $(a.b)$ является:

1. $y' < 0$ на $(a.b)$;
2. $y^n > 0$ на $(a.b)$;
3. $y^n < 0$ на $(a.b)$;
4. $y' \geq 0$ на $(a.b)$.

Тема 15. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба

Задание № 15

Достаточным условием выпуклости функции $y(x)$на интервале $(a.b)$ является:

1. $y' < 0$ на $(a.b)$;
2. $y^n > 0$ на $(a.b)$;
3. $y^n < 0$ на $(a.b)$;
4. $y' \leq 0$ на $(a.b)$.

Тема 16. Формула Тейлора

Задание № 16

Формулой Маклорена называется формула Тейлора при a = ….

1. 0;
2. 1;

3. -1;
4. 100.

Тема 17. Понятие функции многих переменных

Задание № 17

Установите верную последовательность определения предела функции $z = f(x; y)$ в точке M_0.

1. Выполнено неравенство $|f(x; y) - A| < \varepsilon$;
2. Если для любого числа $\varepsilon > 0$;
3. Найдется такое число $\delta > 0$;
4. И удаленных от нее меньше, чем на δ $(\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} < \delta)$
5. Что для всех точек $M(x; y) \in D$, отличных от точки M_0.

Тема 18. Дифференциальное исчисление функции многих переменных

Задание № 18

Смешанная производная $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ для функции $f = \sin x - 6x^2 y$ равна:

1. $-12x$;
2. 0;
3. $\cos x - 12xy$;
4. $\cos x$.

Тема 19. Экстремумы

Задание № 19

Градиент функции $f = 4x^2 + yz - 9$ равен:

1. $(8x, y, z)$;
2. $(8x, z, y)$;
3. $(8x + 9y + 9z)$;
4. $8xyz + 9$.

Тема 20. Условный экстремум

Задание №20

Точкой локального экстремума функции $f = 2x^2 + 5y^2 - 12x + 10y + 9$ является:

1. (2,5);
2. (2,3);

3. (3,-1);
4. (2,-5).

Тема 21. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства

Задание № 21

Установите соответствие между функциями и их первообразными:

Столбец 1		Столбец 2	
1	$\int x^{\alpha} dx$	А	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
2	$\int \frac{dx}{x}$	Б	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$
3	$\int e^x dx$	В	$\ln\|x\| + C$
4	$\int a^x dx$	Г	$e^x + C$

Тема 22. Основные методы интегрирования

Задание № 22

Интеграл $\int xdx$ вычисляется методом…

Ответ:
1. интегрирования по частям;
2. замены переменной;
3. непосредственного интегрирования;
4. применения табличных интегралов.

Тема 23. Интегрирование рациональных функций

Задание № 23

Вычислить интеграл $\int \frac{7x-2}{3x^2-5x+4} dx$.

1. $\ln\left|36x^2 - 60x + 48\right| + \frac{\sqrt{23}}{3} arctg \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C;$
2. $\frac{7}{6}\ln\left|36x^2 - 60x + 48\right| + C;$
3. $\frac{\sqrt{23}}{3} arctg \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C;$
4. $\frac{7}{6}\ln\left|36x^2 - 60x + 48\right| + \frac{\sqrt{23}}{3} arctg \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C;$

Тема 24. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций

Задание № 24

Вычислить интеграл $\int \sin 7x \sin 2x dx$:

1. $\frac{1}{10}\sin 5x - \frac{1}{18}\sin 9x + C$;
2. $\frac{1}{5}\sin 5x - \frac{1}{18}\sin 9x + C$;
3. $\frac{1}{10}\sin 5x - \frac{1}{9}\sin 9x + C$;
4. $\sin 5x - \sin 9x + C$.

Тема 25. Понятие определенного интеграла и его свойства

Задание № 25

Определенный интеграл находится с помощью формулы:

1. Крамера;
2. Лапласа;
3. Ньютона-Лейбница;
4. Бернулли.

Тема 26. Формула Ньютона-Лейбница

Задание № 26

Установите соответствие между определенными интегралами и их значениями

Столбец 1		Столбец 2	
1	$\int_{-4}^{4}(6x + e^x)dx$	А	21
2	$\int_{-5}^{5} 2xe^2 dx$	Б	$e^4 - e^{-4}$
3	$\int_0^1 \frac{21}{2\sqrt{x}}dx$	В	0

4	$\int_0^2 \frac{3dx}{x}$	Г	∞

Тема 27. Приложения определенного интеграла

Задание № 27

Среди предложенных вариантов ответа выберите значение площади фигуры, ограниченной линиями $x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3}, y = \sin x$:

1. 0;
2. $\frac{\pi}{2}$;
3. 1;
4. π.

Тема 28. Несобственные интегралы

Задание № 28

Определенный интеграл $\int_0^1 \frac{5dx}{x}$ равен:

1. 1;
2. 5;
3. 0;
4. ∞.

Тема 29. Дифференциальные уравнения. Основные понятия

Задание № 29

Из указанных дифференциальных уравнений выберете уравнение с разделяющимися переменными:

1. $y' + 2y \sin x = \sqrt{x}$;
2. $y'' = 3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x} \ln y$;
4. $y' + \cos x = y^3$.

Тема 30. Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Задание № 30

Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = x^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(3) = 3$:

1. $y = \frac{x^3}{3}$;
2. $y = x^3 + 3$;
3. $y = \frac{x^3}{3} - 3$;
4. $y = \frac{x^3}{3} - 6$.

Тема 31. Дифференциальные уравнения второго порядка

Задание № 31

Из указанных дифференциальных уравнений выберете уравнение второго порядка:

1. $y' + 2y \sin x = \sqrt{x}$;
2. $y'' = 3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x} \ln y$;
4. $y'' + \cos x = y^3$.

Тема 32. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка

Задание № 32

Из указанных дифференциальных уравнений выберете линейное уравнение первого порядка:

1. $y'' + \cos x = y^3$;
2. $y'' = 3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x} \ln y$;
4. $y' + 2y \sin x = \sqrt{x}$.

Тема 33. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Задание № 33

Общим решением дифференциального уравнения $y'' - 17y' + 60y = 0$ является:

1. $C_1 e^{5x} + C_2 e^{12x}$;
2. $C_1 e^{-5x} + C_2 \sin(12x)$;
3. $C_1 \cos(5x) + C_2 \sin(12x)$;

4. $C_1e^{24x} + C_2e^{6x}$.

Тема 34. Числовые ряды

Задание № 34

Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4n^2+11}$ равен :

1. 11;
2. 1;
3. +∞;
4. 4.

Тема 35. Признаки сходимости рядов с положительными членами

Задание № 35

Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1ln!}$ равен:

1. +∞;
2. 11;
3. $\frac{1}{11}$;
4. 1.

Тема 36. Арифметические операции над комплексными числами

Задание № 36

Вычислить выражение: $\frac{(5+i)(3+5i)}{2i}$

1. 5i+10;
2. 5i;
3. 14-5i;
4. 10.

Задания открытого типа (типовые задания, ситуационные задачи)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1	17.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1	35.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1	49.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
	ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
2.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	18.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	36.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	50.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
3.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	19.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	37.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	51.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
4.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	20.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	38.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	52.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
5.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	21.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	39.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	53.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
6.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	22.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	40.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	54.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
7.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	23.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	41.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	55.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
8.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	24.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	42.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	56.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
9.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	25.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	43.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	57.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
10.	УК-1	26.	УК-1	44.	УК-1	58.	УК-1

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
	(ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		(ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		(ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		(ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
11.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	27.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	45.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	59.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
12.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	28.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	46.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	60.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
13.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	29.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	47.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	61.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
14.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	30.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	48.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	62.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
15.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	31.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	49.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	63.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
16.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	32.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	50.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	64.	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)

Ключ ответов к заданиям открытого типа

№ вопроса	Верный ответ
1	1) равные; 2) квадратные; 3) единичные; 4) диагональные.

2	Например, матрица $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ является матрицей порядка 3×4. Элемент $a_{12} = 4.$
3	Первые упоминания о матрицах дошли до нас ещё из Древнего Китая. В те давние времена матрицы называли «волшебными квадратами». Выдающийся математик Габриэль Крамер опубликовал свое, по сей день известное и используемое «Правило Крамера». Приблизительно в этот же период появился не менее популярный «Метод Гаусса». Ну а непосредственно введение самого термина «матрица» - заслуга Джеймса Сильвестра. Термин появился в 1850 году.
4	$$A + B = \begin{pmatrix} 20 & 6 & 3 \\ 5 & 5 & 11 \end{pmatrix}$$
5	$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} =$$ $$= \begin{pmatrix} 2\cdot 2+0\cdot 1+1\cdot(-3) & 2\cdot 1+0\cdot 5+1\cdot 2 \\ -1\cdot 2+3\cdot 1+2\cdot(-3) & -1\cdot 1+3\cdot 5+2\cdot 2 \\ 0\cdot 2+1\cdot 1+4\cdot(-3) & 0\cdot 1+1\cdot 5+4\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 18 \\ -11 & 13 \end{pmatrix}.$$
6	1способ. Матрица затрат сырья $S = C \cdot A = \begin{pmatrix} 100 & 80 & 130 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 730 & 980 \end{pmatrix}.$ Общая стоимость сырья $Q = S \cdot B = (CA)B = 70900.$ 2 способ. Найдем матрицу стоимостей затрат сырья на единицу продукции, т.е. матрицу $R = A \cdot B = \begin{pmatrix} 210 \\ 250 \\ 230 \end{pmatrix}$, а затем стоимость сырья $Q = CR = C \cdot (AB) = 70900.$ *Замечание.* На этом примере мы убедились в выполнении ассоциативного закона произведения матриц $(CA)B = C(AB).$
7	Обозначим через А матрицу, данную нам в условии, а через В - матрицу, характеризующую стоимость доставки единицы продукции в магазины, т.е., $$A = \begin{pmatrix} 20 & 35 & 10 \\ 15 & 27 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 50 & 70 & 130 \end{pmatrix}.$$ Тогда матрица затрат на перевозки будет иметь вид: $$AB^T = \begin{pmatrix} 20 & 35 & 10 \\ 15 & 27 & 8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 50 \\ 70 \\ 130 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20\cdot 50+35\cdot 70+10\cdot 130 \\ 15\cdot 50+27\cdot 70+8\cdot 130 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4750 \\ 3680 \end{pmatrix}$$ Итак, первый завод ежедневно тратит на перевозки 4750 ден. ед., второй - 3680 ден.ед.
8	В соответствие с формулой расчета определителя второго порядка получим: $\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 1\cdot 2 - 5\cdot(-3) = 2 + 15 = 17.$
9	Вычислим определитель по правилу треугольника. Получим:

	$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 5\cdot 3\cdot 3 + (-1)\cdot(-4)\cdot 1 + 2\cdot 2\cdot 2 -$ $-1\cdot 3\cdot 2 - 2\cdot(-1)\cdot 3 - 2\cdot(-4)\cdot 5 = 45 + 4 + 8 - 6 + 6 + 40 = 97.$
10	$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2\cdot\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 3\cdot\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} + 1\cdot\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} =$ $= 2\cdot(-1-10) - 3\cdot(0-20) + 1(0-4) = 34.$ Разложение было выполнено по элементам 1-ой строки.
11	Воспользуемся формулой Лапласа, выбрав для разложения определителя первую строку ($i = 1$): $\Delta = a_{11}\cdot A_{11} + a_{12}\cdot A_{12} + a_{13}\cdot A_{13} + a_{14}\cdot A_{14}.$ Таким образом, $\Delta = 1\cdot(-1)^{1+1}\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 2\cdot(-1)^{1+2}\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 3\cdot(-1)^{1+3}\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} +$ $4\cdot(-1)^{1+4}\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} - 2\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 3\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} - 4\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$ Вычисляя каждый из определителей третьего порядка по правилу треугольников, получим: $\Delta = (3 + 2 + 10 - 6 - 5 - 2) - 2\cdot(3 + 5 + 1 - 3 - 1 - 5) + 3\cdot(2 + 2 + 5 - 2 - 10 - 1) - 4\cdot(2 + 2 + 3 - 2 - 6 - 1) = 2 - 12 + 8 = -2.$
12	Определитель матрицы A равен: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} = 1\cdot 2 - 3\cdot(-5) = 17$ Так, как $\Delta \neq 0$, то матрица A невырожденная и для нее существует обратная. Найдем обратную матрицу: $A^{-1} = \frac{1}{17}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{17} & -\frac{3}{17} \\ \frac{5}{17} & \frac{1}{17} \end{pmatrix}$ Проверка: $A\cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \frac{2}{17} & -\frac{3}{17} \\ \frac{5}{17} & \frac{1}{17} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1\cdot 2 + 3\cdot 15}{17} & \frac{1\cdot(-3) + 3\cdot 1}{17} \\ \frac{(-5)\cdot 2 + 2\cdot 5}{17} & \frac{(-5)\cdot(-3) + 2\cdot 1}{17} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{17} & -\frac{3}{17} \\ \frac{5}{17} & \frac{1}{17} \end{pmatrix}$
13	Левый минор четвертого порядка данной матрицы равен

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 8$$

Следовательно, ранг матрицы равен 4

14

Запишем систему в матричном виде: $A \cdot \bar{x} = \bar{b}$,

где $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ – основная матрица системы, $\bar{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ – столбец неизвестных и $\bar{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 19 \\ 1 \end{pmatrix}$ – столбец свободных членов. Так как главный определитель системы $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 97 \neq 0$, то основная матрица системы A имеет обратную матрицу A^{-1}. Для нахождения обратной матрицы A^{-1}, вычислим алгебраические дополнения ко всем элементам матрицы A:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 17, \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 7, \quad A_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -2,$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -10, \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 13, \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 24,$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -11, \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 17.$$

Из полученных чисел составим матрицу (причем алгебраические дополнения к строкам матрицы A запишем в соответствующие столбцы) и разделим ее на определитель Δ. Таким образом, мы нашли обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{97} \cdot \begin{pmatrix} 17 & 7 & -2 \\ -10 & 13 & 24 \\ 1 & -11 & 17 \end{pmatrix}.$$

Решение системы находим следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{97} \cdot \begin{pmatrix} 17 & 7 & -2 \\ -10 & 13 & 24 \\ 1 & -11 & 17 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 19 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{97} \cdot \begin{pmatrix} -34+133-2 \\ 20+247+24 \\ -2-209+17 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{97} \cdot \begin{pmatrix} 97 \\ 291 \\ -194 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, $x = 1, \quad y = 3, \quad z = -2.$

15	Вычислим определители Δ, Δ_1 , Δ_2 , Δ_3. $\Delta=\begin{vmatrix}2 & -1 & 1\\ 1 & 2 & -1\\ 3 & -3 & 1\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}2 & -1\\ -3 & 1\end{vmatrix}-(-1)\begin{vmatrix}1 & -1\\ 3 & 1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & -3\end{vmatrix}=2(2-3)+(1+3)+(-3-6)=$ $=-2+4-9=-7,$ $\Delta_1=\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 2 & -1.\\ 2 & -3 & 1\end{vmatrix}=1\begin{vmatrix}2 & -1\\ -3 & 1\end{vmatrix}-(-1)\begin{vmatrix}2 & -1\\ 2 & 1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}2 & 2\\ 2 & -3\end{vmatrix}=(2-3)+(2+2)+(-6-4)=$ $=-1+4-10=-7,$ $\Delta_2=\begin{vmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & -1\\ 3 & 2 & 1\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}2 & -1\\ 2 & 1\end{vmatrix}-1\begin{vmatrix}1 & -1\\ 3 & 1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 2\end{vmatrix}=2(2+2)-(1+3)+(2-6)=8-4-4=0,$ $\Delta_3=\begin{vmatrix}2 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 2\\ 3 & -3 & 2\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}2 & 2\\ -3 & 2\end{vmatrix}-(-1)\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 2\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & -3\end{vmatrix}=2(4+6)+(2-6)+(-3-6)=20-4-9=7.$ Тогда $x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1;\quad x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{0}{7}=0;\quad x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{7}{-7}=-1\cdot$ Ответ: x_1=1, x_2=0, x_3= -1.
16	Обозначим через x_1, x_2, x_3, x_4 количество сырья, которое следует переработать по каждой технологии, чтобы выполнить плановое задание. Получим систему трех линейных уравнений с четырьмя неизвестными: $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=94,\\ 2x_1+x_2+7x_3+4x_4=574,\\ 6x_1+12x_2+2x_3+3x_4=328.\end{cases}$ Решаем ее методом Гаусса: $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 94\\ 2 & 1 & 7 & 4 & 574\\ 6 & 12 & 2 & 3 & 328\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 94\\ 0 & -1 & 5 & 2 & 386\\ 0 & 6 & -4 & -3 & -236\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 94\\ 0 & -1 & 5 & 2 & 386\\ 0 & 0 & 26 & 9 & 2080\end{pmatrix}$ Имеем: r (A) = r (A) = 3, следовательно, число главных неизвестных равно трем, одно неизвестное x_4 - свободное. Исходная система равносильна следующей системе: $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=94-x_4,\\ -x_2+5x_3=386-2x_4,\\ 26x_3=2080-9x_4.\end{cases}$ С математической точки зрения система имеет бесчисленное множество решений, т. е. неопределенна. С учетом реального экономического содержания неизвестные величины не могут быть отрицательными. Получаем вектор (0, 14, 80, 0) является решением данной системы.
17	Запишем матрицу системы и приведем ее к ступенчатому виду. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 2 & -3 & 4 & 2\\ 3 & -2 & 5 & 3\\ 1 & -4 & 3 & 1\end{pmatrix}$

	Преобразуем ее к виду: $\tilde{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & -5 & 2 & 0\\ 0 & -5 & 2 & 0\\ 0 & -5 & 2 & 0\end{pmatrix}$. Очевидно, что r(A)=2. Пусть x_1, x_2- базисные неизвестные, x_3, x_4- свободные неизвестные. Заменим исходную систему системой из первых двух уравнений, коэффициенты которых входят в базисный минор, и перенесем базисные неизвестные в правые части уравнений: $\begin{cases} x_1+x_2=-x_3-x_4 \\ 2x_1-3x_2=-4x_3-2x_4 \end{cases}$. Пусть $x_3=1, x_4=0$. Тогда $x_1=-1,4; x_2=0,4$. Если $x_3=0, x_4=1,$ то $x_1=-1, x_2=0.$ Получена фундаментальная система решений: $X_1=\begin{pmatrix}-1,4\\0,4\\1\\0\end{pmatrix}, X_2=\begin{pmatrix}-1\\0\\0\\1\end{pmatrix}$. Теперь общее решение системы можно записать в виде: $X=C_1X_1+C_2X_2$, где C_1 и C_2 – любые произвольные числа.
18	$\vec{X}\cdot\vec{Y}=7\cdot1+(-3)\cdot9+5\cdot4=0,$ т.е. $\vec{X}$ и $\vec{Y}$ ортогональны.
19	Составим линейную комбинацию $\lambda\vec{A}+\beta\vec{B}=\vec{0}$. Подставим координаты и выполним действия над векторами: $\lambda(2,4)+\beta(5,1)=(0,0)\Rightarrow(2\lambda,4\lambda)+(5\beta,\beta)=(0,0)\Rightarrow(2\lambda+5\beta,4\lambda+\beta)=(0,0)$. В равных векторах должны быть равны соответствующие координаты: $\begin{cases}2\lambda+5\beta=0,\\4\lambda+\beta=0.\end{cases}$ Решив эту систему уравнений, получаем: $\lambda=0, \beta=0,$ а это значит, что $\vec{A}$ и $\vec{B}$ линейно независимы.
20	Составим линейную комбинацию и приравняем ее к $\vec{0}$: $\alpha\vec{A}+\beta\vec{B}+\gamma\vec{C}=\vec{0};\quad \alpha(2,4)+\beta(5,1)+\gamma(2,1)=(0,0).$ Выполнив действия над векторами и приравняв координаты равных векторов, получим $\begin{cases}2\alpha+5\beta+2\gamma=0,\\4\alpha+\beta+8\gamma=0.\end{cases}$ Решим систему уравнений: $\alpha=\frac{\beta}{2}, \gamma=-3\beta$. В этом решении число β играет роль параметра; задавая его произвольно, будем получать значения α и γ, которые вместе с β дают то или иное решение системы. Так, при $\beta\neq0$ получим $\alpha\neq0$ и $\gamma\neq0$, из чего следует, что векторы $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$ дают нулевую линейную комбинацию при ненулевых коэффициентах, т.е. они линейно зависимы.
21	Покажем, что равенство $\lambda_1\vec{a_1}+\lambda_2\vec{a_2}+\lambda_3\vec{a_3}=\vec{0}$ возможно только при $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 =0$:

	$\lambda_1(2,0,0)+\lambda_2(0,-1,1)+\lambda_3(0,1,4)=(0,0,0);$ $(2\lambda_1,-\lambda_2+\lambda_3,\lambda_2+4\lambda_3)=(0,0,0),$ или $\begin{cases}2\lambda_1=0,\\-\lambda_2+\lambda_3=0,\\\lambda_2+4\lambda_3=0.\end{cases}$ Решив систему, получим $\lambda_1=0$, $\lambda_2=0$, $\lambda_3=0$. Так как все $\lambda_i=0$ (i=1,2,3), то $\vec{a_1},\vec{a_2},\vec{a_3}$ - линейно независимы. Они могут составить базис в R^3. Очевидно, любой новый набор из векторов $\vec{a_1}=(C_1,0,0)$, $\vec{a_2}=(0,C_2,0)$, $\vec{a_3}=(0,0,C_3)$ может тоже быть взятым в качестве базиса в R^3. Итак, базис может быть выбран неединственным образом.
22	Так как E – середина отрезка AB, то по формуле (4) имеем: $x_E=\frac{3-1}{2}=1;\quad y_E=\frac{3+1}{2}=2.$ Длину медианы CE найдем по формуле: $\lvert CE\rvert=\sqrt{(0-1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{2}.$
23	Если M(x,y) – произвольная точка искомого геометрического места, то всегда |AM|=R или $\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=R,$ $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ – искомое уравнение.
24	Найдем угловой коэффициент прямой $2x-4y+3=0$: $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4},\quad k=\frac{1}{2}.$ Для искомой прямой угловой коэффициент будет таким же, так как прямые параллельны. Подставим данные в уравнение (6): $y-7=\frac{1}{2}(x-2).$
25	Составим уравнение прямой, проходящей через сторону BC $\frac{x+1}{4+1}=\frac{y}{1}$ или $\frac{1}{5}x+\frac{1}{5}-y=0.$ Найдем длину высоты AE по формуле (7): $\lvert AE\rvert=\frac{\left\lvert\frac{1}{5}\cdot 2-3+\frac{1}{5}\right\rvert}{\sqrt{\frac{1}{25}+1}}=\frac{2\frac{2}{5}}{\sqrt{\frac{26}{25}}}=\frac{12}{\sqrt{26}}.$
26	$\left\lvert\frac{1-4x}{3}\right\rvert\le 1\Leftrightarrow\frac{\lvert 1-4x\rvert}{3}\le 1\Leftrightarrow\lvert 4x-1\rvert\le 3\Leftrightarrow -3\le 4x-1\le 3\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -2\le 4x\le 4\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le x\le 1.$ $D(y)=\left[-\frac{1}{2};1\right].$
27	Так как tg5x ~ 5x и sin7x ~ 7x при x→0, то, заменив функции эквивалентными бесконечно малыми, получим:

	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg5x}{\sin 7x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x}{7x}=\dfrac{5}{7}$.
28	Так как 1 – cosx = $2\sin^2\dfrac{x}{2}\sim 2\left(\dfrac{x}{2}\right)^2$ при x→0, то $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{1-\cos x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{\frac{x^2}{2}}=\lim\limits_{x\to 0}2x=0$.
29	Найдем односторонние пределы в точке x = 2: При $x\to 2-0$ знаменатель дроби $\dfrac{1}{2-x}$ стремится к нулю, но остается при этом больше нуля. Следовательно, сама дробь $\dfrac{1}{2-x}$ стремится к плюс бесконечности. Тогда $\lim\limits_{x\to 2-0}5^{\frac{1}{2-x}}=+\infty$. При $x\to 2+0$ дробь $\dfrac{1}{2-x}\to-\infty$ и $\lim\limits_{x\to 2-0}5^{\frac{1}{2-x}}=0$. Так как один из односторонних пределов равен бесконечности, то в точке x = 2 функция $y=5^{\frac{1}{2-x}}$ терпит разрыв второго рода. Заметим, что в остальных точках функция непрерывна, как суперпозиция непрерывных функций.
30	Очевидно, что функция непрерывна на каждом из трех интервалов x ≤ 1, 1 ≤ x < 3 и x ≥ 3. Точки x =1 и x = 3 являются подозрительными на наличие разрыва. Найдем односторонние пределы $\lim\limits_{x\to 1-0}y(x)=\lim\limits_{x\to 1-0}\left(x^2+1\right)=1+1=2,\quad \lim\limits_{x\to 1+0}y(x)=\lim\limits_{x\to 1+0}2x=2$. Значение функции в точке x =1 равно: y(1)= 12+ 1=2. Предел слева равен пределу справа, и равен значению функции в точке x = 1, следовательно, в точке x = 1 функция непрерывна. Исследуем поведение функции в точке x = 3: $\lim\limits_{x\to 3-0}y(x)=\lim\limits_{x\to 3-0}2x=6,\quad \lim\limits_{x\to 3+0}y(x)=\lim\limits_{x\to 3+0}4=4$. Предел слева не равен пределу справа, следовательно, в точке x = 3 функция терпит разрыв первого рода типа «скачок». График функции изображен на рис. 1:

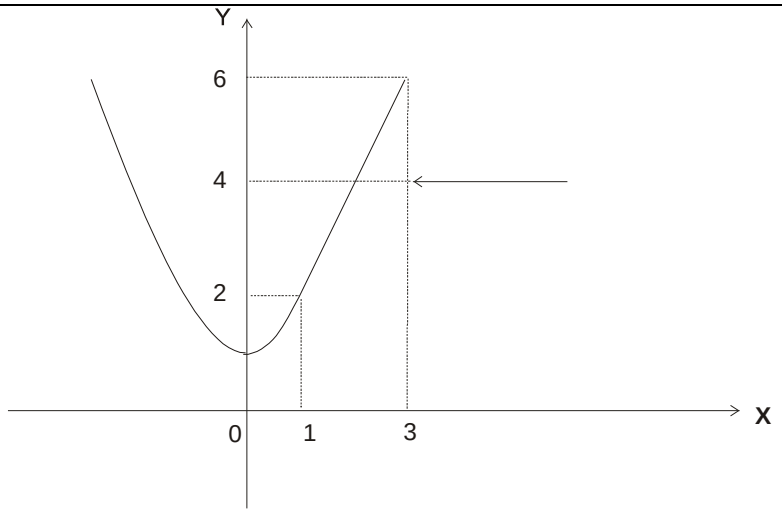


Рис. 1.

31 Согласно механическому смыслу производной $V(t_0) = S'(t_0)$. Имеем $S'(t) = 3t^2 - 4t - 1$

Если $t = t_0 = 2$, то $S'(2) = 3, \Rightarrow V(2) = 3(\text{м/с})$

$a(t_0) = V'(t_0)$

$V'(t) = (S'(t))' = (3t^2 - 4t - 1)' = 6t - 4$

$V'(2) = 6 \cdot 2 - 4 = 8, \Rightarrow a(2) = 8(\text{м/с}^2)$.

32 $y'(x) = 0{,}3x^2 - 2{,}4x + 5$ (ед./мес.) предельные издержки

$y'(10) = 11$

Средние издержки производства равны

$$y_{\text{ср}} = \frac{0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 5x + 250}{x} = 0{,}1x^2 - 1{,}2x + 5 + \frac{250}{x}$$

$y_{\text{ср}}(10) = 28.$

Вывод: При данном уровне производства (количестве выпускаемой продукции) средние затраты на производство одной единицы продукции составляют 28 ден. ед., а увеличение объема на одну единицу продукции обойдется фирме приближенно в 11 ден. ед.

33 Применим формулу $\left(U^n\right)' = n \cdot U^{n-1} \cdot U'$,

здесь n=3, $U = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 2$.

Тогда $y' = 3\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 2\right)^{3-1} \cdot \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 2\right)'$.

Найдем U/.

$$U' = \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 2\right)' = \left(\frac{1}{4}x^4\right)' - \left(2 \cdot x^{-\frac{2}{3}}\right)' + (2)' = \left(\frac{1}{4}x^4\right)' - \left(2x^{-\frac{2}{3}}\right)' =$$

$$= \frac{1}{4}\left(x^4\right)' - 2\left(x^{-\frac{2}{3}}\right)' = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot x^{4-1} - 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot x^{-\frac{2}{3}-1} = x^3 + \frac{4}{3}x^{-\frac{5}{3}} = x^3 + \frac{4}{3 \cdot \sqrt[3]{x^5}}.$$

Следовате

	льно, $y' = 3\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 2\right)^2 \cdot \left(x^3 + \frac{4}{3\cdot\sqrt[3]{x^5}}\right)$.
34	$y' = \left(6^{tgx} - x^2\cos 2x\right)' = \left(6^{tgx}\right)' - \left(x^2\cos 2x\right)$. Найдем: $\left(6^{tgx}\right)'$ по формуле (au)'=au·lna·U'. Будем иметь $\left(6^{tgx}\right)' = 6^{tgx}\cdot\ln 6(tgx)' = 6^{tgx}\cdot\ln 6\cdot\frac{1}{\cos^2 x}$. Производную (x2cos2x)' найдем по формуле (U·υ)'=U'υ+Uυ'и (cosU)'=-sinU·U'. Тогда $\left(x^2\cos 2x)'\right)' = (x^2)'\cdot\cos 2x + x^2\cdot(\cos 2x)' = 2x\cos 2x + x^2(-\sin 2x)(2x)' =$ $= 2x\cos 2x - 2x^2\sin 2x = 2x(\cos 2x - x\sin 2x).$ Следовательно, $y' = 6^{tgx}\cdot\ln 6\cdot\frac{1}{\cos^2 x} - 2x(\cos 2x - x\sin 2x)$.
35	Так как дифференциал определяется выражением dy=y'dx, то найдем сначала производную y': $y' = \left(\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2} + \arccos\sqrt{x+2}\right)' = \left(\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}\right)' + \left(\arccos\sqrt{x+2}\right)'$. Для нахождения производной $\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}$ применим формулу $(\operatorname{arctg}U)' = \frac{U'}{1+U^2}$. Здесь $U = \frac{1}{(x-2)}$. Тогда $\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}\right)' = \frac{\left(\frac{1}{x-2}\right)'}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2} = \frac{\left((x-2)^{-1}\right)'}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2} = \frac{(-1)(x-2)^{-1-1}}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2} =$ $= \frac{-\frac{1}{(x-2)^2}}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2} = \frac{-\frac{1}{(x-2)^2}}{\frac{(x-2)^2+1}{(x-2)^2}} = -\frac{1}{(x-2)^2+1} = -\frac{1}{x^2-4x+5}.$ Для нахождения производной $\left(\arccos\sqrt{x+2}\right)'$ применим формулу $(\arccos U)' = -\frac{U'}{\sqrt{1-U^2}}$. Тогда $\left(\arccos\sqrt{x+2}\right)' = \frac{-(\sqrt{x+2})'}{\sqrt{1-(\sqrt{x+2})^2}} = \frac{-\left((x+2)^{\frac{1}{2}}\right)'}{\sqrt{1-x-2}} =$ $= -\frac{\frac{1}{2}(x+2)^{\frac{1}{2}-1}}{\sqrt{-x-1}} = -\frac{\frac{1}{2}(x+2)^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{-x-1}} = -\frac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}.$ Следовательно, $y' = -\frac{1}{x^2-4x+5} - \frac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}$.

	Отсюда дифференциал равен dy=y'dx= $\left(-\frac{1}{x^2-4x+5}-\frac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}\right)dx$.
36	Рассмотрим функцию $y=\sqrt[4]{x}.$ Пусть $x_0=16,\quad x_1=16{,}6$. Тогда $\Delta x=x_1-x_0=16{,}6-16=0{,}6.$ $y_0=f(x_0)=\sqrt[4]{16}=2.\qquad f'(x_0)=\frac{1}{4}\cdot x^{-\frac{3}{4}}\Big\|_{x=16}=\frac{1}{4\cdot\left(\sqrt[4]{16}\right)^3}=\frac{1}{4\cdot 8}=\frac{1}{32}.$ Для нахождения $y_1=\sqrt[4]{x_1}=\sqrt[4]{16{,}6}$ воспользуемся формулой (4). Получим $\sqrt[4]{16{,}6}\approx y_0+f'(x_0)\cdot\Delta x=2+\frac{1}{32}\cdot 0{,}6\approx 2+0{,}019=2{,}019.$
37	Рассмотрим вспомогательную функцию $F(x)=f(x)-f(a)-\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}(g(x)-g(a))$, которая на интервале [a, b] удовлетворяет условиям теоремы Ролля. Легко видеть, что при x = a и x = b F(a) = F(b) = 0. Тогда по теореме Ролля существует такая точка ε, a < ε < b, такая, что F′(ε) = 0. Т.к. $F'(x)=f'(x)-\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}g'(x)$, то $F'(\varepsilon)=0=f'(\varepsilon)-\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}g'(\varepsilon)$ А т.к. $g'(\varepsilon)\neq 0$, то $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(x)}{g'(x)}$. Теорема доказана.
38	Производная рассматриваемой функции существует при любом x и равна $y'=x^2-4x+3$. Приравняв производную нулю и решив полученное квадратное уравнение, найдем две критические точки: $x_1=1$ и $x_2=3$. Ось x разбивается этими точками на три интервала: $(-\infty,1)$, $(1,3)$ и $(3,+\infty)$, причем на каждом из них y' сохраняет знак. Определим эти знаки, например, вычислив y' в произвольных точках указанных интервалов, получим: $y'>0$ на $(-\infty,1)$ и $(3,+\infty)$, и $y'<0$ на $(1,3)$. Отсюда заключаем, что функция $y(x)$ возрастает на интервалах $(-\infty,1)$ и $(3,+\infty)$, убывает на интервале $(1,3)$, в точке $x=1$.
39	Производная рассматриваемой функции существует при любом x и равна $y'=x^2-4x+3$. Приравняв производную нулю и решив полученное квадратное уравнение, найдем две критические точки: $x_1=1$ и $x_2=3$. Ось x разбивается этими точками на три интервала: $(-\infty,1)$, $(1,3)$ и $(3,+\infty)$, причем на каждом из них y' сохраняет знак. Определим эти знаки, например, вычислив y' в произвольных точках указанных интервалов, получим:

	$y' > 0$ на $(-\infty,1)$ и $(3,+\infty)$, и $y' < 0$ на $(1,3)$. Отсюда заключаем, что функция $y(x)$ в точке $x=1$ достигает максимального значения $y_{\max} = \frac{7}{3}$, а в точке $x=3$ - минимального значения $y_{\min} = 1$.
40	1. Область определения $D(y) = (-\infty;\ 2\ ) \cup (\ 2;\ +\infty\ )$. 2. Пусть x = 0, тогда y = 1,5. Пусть y = 0, тогда x = $\pm\sqrt{3}$. То есть точки (0; 3/2) и ($\pm\sqrt{3}$; 0) – являются точками пересечения графика функции с осями координат. Если $x \in \left(-\infty; -\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3};\ 2\right)$, то y(x) < 0. Если $x \in \left(-\sqrt{3};\ \sqrt{3}\right) \cup \left(2; +\infty\right)$, то y(x) > 0. 3. Функция общего вида, т. е. не является ни четной, ни нечетной. Действительно, $y(-x) = \frac{(-x)^2 - 3}{-x-2} = -\frac{x^2-3}{x+2}$. То есть y(-x) ≠ y(x) и y(-x)≠ -y(x). 4. Функция не является периодической, так как она имеет только одну точку разрыва. 5. Функция непрерывна в области определения, так как является дробно-рациональной. Для исследования типа разрыва в точке x = 2 найдем односторонние пределы $\lim\limits_{x\to 2-0} \frac{x^2-3}{x-2} = \left(\frac{+1}{-0}\right) = (-\infty), \quad \lim\limits_{x\to 2+0} \frac{x^2-3}{x-2} = \left(\frac{+1}{+0}\right) = (+\infty).$ Следовательно, точка x = 2 является точкой разрыва второго рода, и прямая линия x = 2 является вертикальной асимптотой графика функции. Уравнения наклонных (горизонтальных) асимптот графика функции будем искать в виде: y=kx+b, где k и b определяются следующим образом: $k_{1,2} = k = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-3}{(x-2)\cdot x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-3}{x^2-2x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1-\frac{3}{x^2}}{1-\frac{2}{x}} = 1,$ $b = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-3}{x-2} - 1\cdot x\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-3-x^2+2x}{x-2} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x-3}{x-2} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{2}{x}} = 2.$ Таким образом, прямая y = x + 2 является наклонной асимптотой. 6. Найдем первую производную функции: $y' = \left(\frac{x^2-3}{x-2}\right)' = \frac{2x\cdot(x-2) - (x^2-3)}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-4x-x^2+3}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}.$ $y' = 0 \Rightarrow x_1 = 1, \quad x_2 = 3. \quad y(x_1) = \frac{1-3}{1-2} = 2, \quad y(x_2) = \frac{9-3}{3-2} = 6.$ Итак, критическими точками 1-го рода являются точки x = 1 и x = 3. Точка x=2 критической не является, т. к. она не принадлежит области определения

функции.

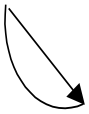
7. Найдем вторую производную функции:

$$y'' = \left(\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}\right)' = \frac{(2x-4)\cdot(x-2)^2 - 2\cdot(x-2)\cdot(x^2-4x+3)}{(x-2)^4} =$$

$$= \frac{(2x-4)\cdot(x-2) - 2(x^2-4x+3)}{(x-2)^3} = \frac{2x^2-8x+8-2x^2+8x-6}{(x-2)^3} = \frac{2}{(x-2)^3} \neq 0.$$

Критических точек второго рода функция не имеет.

8. Составим таблицу исследования функции:

x	$(-\infty; 1)$	1	$(1; 2)$	2	$(2; 3)$	3	$(3; \infty)$
$y'(x)$	+	0	–	Не сущ.	–	0	+
$y''(x)$	–	–	–	Не сущ.	+	+	+
$y(x)$		max $y = 2$.		Не сущ.		min $y = 6$.	

9. Построим график функции (рис.2):

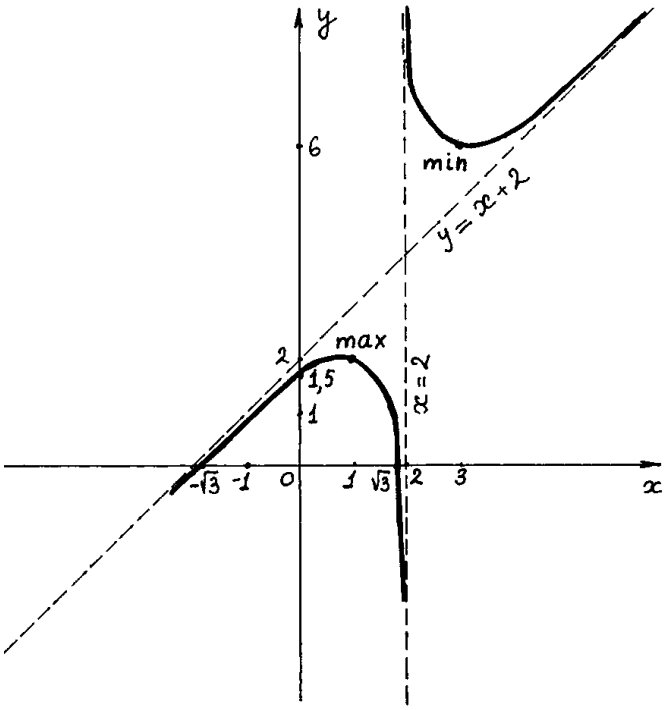


Рис. 2

41 Находим: f(x) = ex, f(0) = 1

f′(x) = ex, f′(0) = 1

……

f(n)(x) = ex, f(n)(0) = 1

Тогда:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\theta x}, \qquad 0 < \theta < 1$$

42

Искомая область определения является множеством точек на плоскости xOy, удовлетворяющих системе неравенств $\begin{cases} y - x \ge 0 \\ x \cdot y > 0 \end{cases}$.

Неравенства $y - x \ge 0$ и $x \cdot y > 0$ меняют свой знак на противоположный (соответственно) при пересечении следующих линий: x = y и x = 0, y = 0. Эти линии разбивают плоскость xOy 6 областей. Последовательно, подставляя произвольные точки, из каждой области в систему $\begin{cases} y - x \ge 0 \\ x \cdot y > 0 \end{cases}$, убеждаемся в том, что объединение областей (1) и (3) является областью определения исходной функции. Причем прямая x = y, за исключением точки (0; 0), входит в область определения, а прямые x = 0, и y = 0 – не входят (рис. 3).

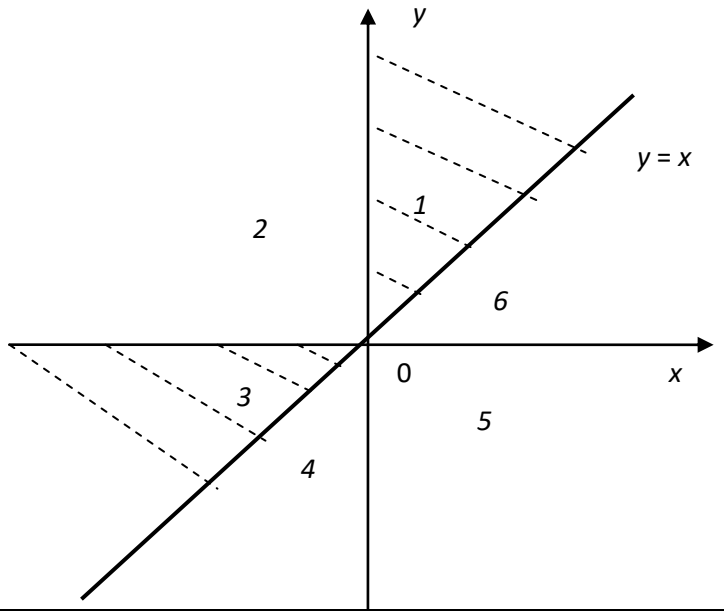


Рис. 3

43

$$z'_x = 5\left(x^2\right)'_x - 4y\left(x\right)'_x + 2\left(\sqrt{x}\right)'_x - \frac{1}{y}\left(x\right)'_x = 10x - 4y + \frac{2}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{y}.$$

$$z'_y = 5\left(x^2\right)'_y - 4x\left(y\right)'_y + 2\left(\sqrt{x}\right)'_y - x\left(\frac{1}{y}\right)'_y = 0 - 4x + 0 - x\left(-\frac{1}{y^2}\right) = \frac{x}{y^2} - 4x.$$

44

Рассмотрим функцию $z = \sqrt[3]{e^x + y}$. Требуется вычислить значение z1 этой функции в точке (x1; y1) = (0,09; 6,95). Воспользуемся приближенной формулой (5), выбрав в качестве точки $(x_0; y_0)$ точку (0; 7). Тогда Δx = x1 – x0 = 0,09 – 0 = 0,09, Δy = y1 – y0 = 6,95 – 7 = – 0,05.

$$z_0 = f\left(x_0; y_0\right) = \sqrt[3]{e^0 + 7} = \sqrt[3]{8} = 2.$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(x_0;y_0)} = \left.\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{\left(e^x + y\right)^2}} \cdot e^x\right|_{(0;7)} = \frac{1}{3 \cdot 4} \cdot e^0 = \frac{1}{12}.$$

	$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{(x_0;y_0)} = \frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{\left(e^x+y\right)^2}}\cdot 1\Bigg\|_{(0;7)} = \frac{1}{3\cdot 4} = \frac{1}{12}.$ Итак, $dz = \frac{1}{12}\cdot 0{,}09 + \frac{1}{12}\cdot(-0{,}05) = \frac{1}{12}\cdot 0{,}04 \approx 0{,}003.$ Следовательно, $\sqrt[3]{e^{0{,}09}+6{,}95} \approx 2 + 0{,}003 = 2{,}003.$
45	Найдем частные производные первого порядка: $z_x^{'} = 8x+3y+1$, $z_y^{'} = 3x+4y+9$. Приравняем полученные частные производные к нулю. Получим систему уравнений для определения точек, подозрительных на экстремум: $\begin{cases} 8x+3y=-1 \\ 3x+4y=-9 \end{cases}$. Решим данную систему, например, методом Крамера. $\Delta = \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 32-9 = 23,\ \Delta_x = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -9 & 4 \end{vmatrix} = -4+27 = 23,\ \Delta_y = \begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 3 & -9 \end{vmatrix} = -72+3 = -69.$ Следовательно, $x_0 = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{23}{23} = 1, \quad y_0 = \frac{\Delta_y}{\Delta} = -\frac{69}{23} = -3$. Таким образом, точка M(1; -3) – является единственной точкой, подозрительной на экстремум. Найдем частные производные второго порядка: $z_{xx}^{''} = \left(8x+3y+1\right)_x^{'} = 8, \quad z_{xy}^{''} = \left(8x+3y+1\right)_y^{'} = 3, \quad z_{yy}^{''} = \left(3x+4y+9\right)_y^{'} = 4$. В точке M вычислим дискриминант D по формуле D = AC – B2, где $A = z_{xx}^{''}\big\|_M = 8, \quad B = z_{xy}^{''}\big\|_M = 3, \quad C = z_{yy}^{''}\big\|_M = 4.$ То есть D = 32 – 9 = 23. Так как дискриминант больше нуля, то в точке M функция имеет экстремум. А именно, собственный минимум, поскольку A и C больше нуля. При этом $z_{\min} = z(M) = 4\cdot 1+3\cdot 1\cdot(-3)+2\cdot 9+1+9\cdot(-3)+5 = 4-9+18+1-27+5 = -8.$
46	$z_x' = 2x$, $z_y' = -2y$, $z_{xx}'' = 2$, $z_{yy}'' = -2$, $z_{xy}'' = z_{yx}'' = 0$, $\Delta = -4 < 0$, и, следовательно, стационарная точка $(0, 0)$ не является точкой экстремума.
47	$u = xy+\lambda(2x+3y-5)$ $\frac{\partial u}{\partial x} = y+2\lambda; \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = x+3\lambda;$ $\begin{cases} y+2\lambda=0 \\ x+3\lambda=0 \\ 2x+3y-5=0 \end{cases}$ $\lambda = -\frac{5}{12}; \qquad x = \frac{5}{4}; \qquad y = \frac{5}{6};$ Таким образом, функция имеет экстремум в точке $\left(\frac{5}{4};\frac{5}{6}\right)$.

48	$\int x^3 dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} + c = \frac{x^4}{4} + c$. Проверка. $\left(\frac{x^4}{4}\right)' + (C)' = \frac{1}{4}\left(x^4\right)' + 0 = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot x^3 = x^3$.
49	$\int\left(x + \frac{1}{x} + 2^x - 3\sin x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)dx = \int x dx + \int \frac{1}{x} dx + \int 2^x dx -$ $-3\int \sin x dx + \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \frac{x^2}{2} + \ln\lvert x\rvert + \frac{2^x}{\ln 2} + 3\cos x - \operatorname{ctg} x + C.$
50	Сделаем замену t = sinx, dt = cosxdx. $\int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3}\sin^{3/2} x + C.$
51	$\int \frac{3x+4}{\sqrt{7 - x^2 + 6x}} dx = \int \frac{3x+4}{\sqrt{16 - (x-3)^2}} dx = \begin{Bmatrix} u = x - 3; & du = dx; \\ x = u + 3; & \end{Bmatrix} = \int \frac{3u + 9 + 4}{\sqrt{16 - u^2}} du = 3\int \frac{u du}{\sqrt{16 - u^2}} +$ $+13\int \frac{du}{\sqrt{16 - u^2}} = -3\sqrt{16 - u^2} + 13\arcsin\frac{u}{4} + C = -3\sqrt{7 - x^2 - 6x} + 13\arcsin\frac{x-3}{4} + C.$
52	$\int \frac{dx}{4\sin x + 3\cos x + 5} = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{4\frac{2t}{1+t^2} + 3\frac{1-t^2}{1+t^2} + 5} = 2\int \frac{dt}{8t + 3 - 3t^2 + 5 + 5t^2} = 2\int \frac{dt}{2t^2 + 8t + 8} =$ $= \int \frac{dt}{t^2 + 4t + 4} = \int \frac{dt}{(t+2)^2} = -\frac{1}{t+2} + C = -\frac{1}{tg\frac{x}{2} + 2} + C.$
53	Теорема о среднем. Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], то на этом отрезке существует точка ε такая, что $\int_a^b f(x)dx = (b-a) f(\varepsilon)$ Доказательство: В соответствии со свойством 5: $m \le \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \le M$ т.к. функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], то она принимает на этом отрезке все значения от m до M. Другими словами, существует такое число ε∈ [a, b], что если $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx = \mu$ и μ = f(ε), a a ≤ ε ≤ b, тогда $\int_a^b f(x)dx = (b-a) f(\varepsilon)$. Теорема доказана.
54	$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3-\sqrt{3}}{3}$ Имеем .
55	Выразим из уравнения переменную y. $y = \sqrt{r^2 - x^2}$

	Найдем производную $y' = -\frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}}$ Тогда $\frac{1}{4}S = \int_0^r \sqrt{1 + \frac{x^2}{r^2 - x^2}}dx = \int_0^r \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}}dx = r \cdot \arcsin\frac{x}{r}\Big|_0^r = r\frac{\pi}{2}$ Тогда S = 2πr. Получили общеизвестную формулу длины окружности.
56	Точка $x = 1$ является особой точкой, поскольку подынтегральная функция имеет в ней бесконечный разрыв. Поэтому: $I = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_0^{1-\varepsilon} \frac{dx}{1 - x^2} = \lim_{\varepsilon \to 0}\left(\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right|\right)\Big|_0^{1-\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(\lim_{\varepsilon \to 0}\ln\left|\frac{\varepsilon}{2-\varepsilon}\right| - \ln 1\right) = \frac{1}{2}(-\infty - 0) = -\infty$ - получили бесконечный предел. Таким образом, данный интеграл расходится.
57	интегрируя, получим общее решение $y(x) = \int 2x\,dx + C = x^2 + C$.
58	Перепишем его в виде $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$. Справа стоит функция однородная нулевой степени. Действительно, $f(\lambda x, \lambda y) = \frac{(\lambda y)^2 - (\lambda x)^2}{2(\lambda x)(\lambda y)} = \frac{\lambda^2(y^2 - x^2)}{\lambda^2 \cdot 2xy} = \frac{y^2 - x^2}{2xy} = f(x, y)$. Итак, преобразованное уравнение является однородным дифференциальным уравнением. Решаем его заменой y=ux. Получаем $u'x + u = \frac{(ux)^2 - x^2}{2x(ux)} = \frac{u^2 - 1}{2u}$ или $u'x = \frac{u^2 - 1}{2u} - u = \frac{-1 - u^2}{2u}$, т.е. $u' = -\frac{u^2 + 1}{2ux}$. Разделяя переменные приходим к уравнению $\frac{2udu}{u^2 + 1} = -\frac{dx}{x}$. Интегрируем левую и правую части этого уравнения: $\int \frac{2udu}{u^2 + 1} = \int d\ln(u^2 + 1) = \ln(u^2 + 1) + c_1, -\int \frac{dx}{x} = -\ln|x| + c_2$. Приравнивая найденные интегралы, получаем общее решение вспомогательного дифференциального уравнения относительно переменных x и u $\ln(u^2 + 1) = -\ln|x| + c$ или $\ln(u^2 + 1) = -\ln|x| + \ln c$, где c>0. $u^2 + 1 = \frac{c}{x}$ Потенциируя последнее выражение, общее решение получает вид , где c – произвольная постоянная. Заменяя u=y/x, получаем общий интеграл исходного дифференциального уравнения $\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 1 = \frac{c}{x}$ или y2+x2=cx, Последнее выражение приводится к виду $\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2$.
59	Четырежды проинтегрируем данное уравнение по переменной x: $y''' = \int \sin x\,dx = -\cos x + C_1$,

	$y'' = \int(-\cos x + C_1)dx = -\sin x + C_1 x + C_2$, $y' = \int(-\sin x + C_1 x + C_2)dx = \cos x + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$, $y = \int\left(\cos x + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3\right)dx = \sin x + C_1^1 x^3 + C_2^1 x^2 + C_3 x + C_4$, где $C_1^1 = \frac{C_1}{6}$, $C_2^1 = \frac{C_2}{2}$. Таким образом, общее решение исходного уравнения четвертой степени $y(x) = \sin x + C_1^1 x^3 + C_2^1 x^2 + C_3 x + C_4$ зависит от четырех произвольных констант.
60	Общее решение соответствующего однородного уравнения имеет вид yo=ex(C1+C2x)(см. пример 5). Так как правая часть уравнения является многочленом второй степени и ни один из корней характеристического уравнения $x^2 - 2x + 1 = 0$ не равен нулю (К1=К2=1), то частное решение ищем в виде $\tilde{y} = Ax^2 + Bx + C$, гдеA, B, C – неизвестные коэффициенты. Дифференцируя дважды $\tilde{y}$=Ax2+Bx+C и подставляя $\tilde{y}$=Ax2+Bx+C, $\tilde{y}' = 2Ax + B$, $\tilde{y}'' = 2A$ в данное уравнение находим 2A–4Ax–2B+Ax2+Bx+C=x2+1, или Ax2+(B–4A)x+2A–2B+C=x2+1. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в обеих частях равенства, имеемA=1, B-4A=0, 2A-2B+C=1, Находим A=1, B=4, C=7. Итак, частное решение данного уравнения имеет вид $\tilde{y} = x^2 + 4x + 7$, а общее решение - $y = e^x(C_1 + C_2 x) + x^2 + 4x + 7$.
61	Общее решение соответствующего однородного уравнения имеет вид yo=C1ex+C2e–2x. В правой части данного уравнения стоит произведение многочлена нулевой степени на показательную функцию eαx при α=2. Так как среди корней характеристического уравнения нет корней, равных 2, то частное решение данного уравнения ищем в виде $\tilde{y}$=A·e2x. Дифференцируя и подставляя $\tilde{y}$ в уравнение получаем: $4 \cdot A \cdot e^{2x} + 2 \cdot A \cdot e^{2x} - 2Ae^{2x} = 3e^{2x}$ и $4 \cdot A \cdot e^{2x} = 3e^{2x}$, откуда $4 \cdot A = 3$, $A = 3/4$. Подставляя найденное значение A в выражение для $\tilde{y}$, найдем частное решение данного уравнения $\tilde{y} = \frac{3}{4}e^{2x}$ и общее решение запишется в виде $y = y_o + \tilde{y} = C_1 e^x + C_2 e^{-2x} + \frac{3}{4}e^{2x}$. Найдем частное решение, удовлетворяющее начальным условиям. Для этого продифференцируем y: $y' = C_1 e^x - 2C_2 e^{-2x} + \frac{6}{4}e^{2x}$. Подставляем начальные условия в y и y', находим C1 и C2:

	$\begin{cases} 1 = C_1 + C_2 + \frac{3}{4}, \\ 3 = C_1 - 2C_2 + \frac{6}{4}, \end{cases}$ $-2 = 3C_2 - \frac{3}{4},\ 3C_2 = -\frac{5}{4},\quad C_2 = -\frac{5}{12},\quad C_1 = \frac{2}{3}.$ Подставляя найденное значение С1 и С2 в выражение для у, найдем частное решение данного уравнения
62	$a_8 = tg\frac{\pi \cdot 8}{6} = tg\frac{4\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
63	Проверим сначала для данного ряда выполнения необходимого условия сходимости: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n-4}{n+1} = 3 \neq 0$. Предел общего члена ряда не равен нулю, следовательно, данный ряд является расходящимся.
64	**Решение.** $z_1 - z_2 = (-\sqrt{2} - i) - (1 - 2i) = (-\sqrt{2} - 1) + i(-1 - (-2)) =$ $= (-\sqrt{2} - 1) + i.$ Ответ: $z_1 - z_2 = (-\sqrt{2} - 1) + i$.

Тема 1. Матрицы и определители. Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами

Задание № 1

Заполните пропуски.

Какие виды матриц вы знаете:

1) _____ ; 2) _____;

3) _____; 4) _____.

Задание № 2

Приведите пример матрицы размерностью 3×4. И укажите ее элемент a_{12}

Задание № 3

Заполните пропуски.

Первые упоминания о матрицах дошли до нас ещё из - _____. В те давние времена матрицы называли «_____». Выдающийся математик Габриэль Крамер опубликовал свое, по сей день известное и используемое «Правило _____». Приблизительно в этот же период появился не менее популярный «Метод_____». Ну а непосредственно введение самого термина «матрица» - заслуга Джеймса Сильвестра. Термин появился в году.

Задание № 4

Найти сумму матриц $A=\begin{pmatrix}21 & 2 & 0\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}-1 & 4 & 3\\ 2 & 1 & 6\end{pmatrix}$.

Задание № 5

Найти произведение матриц $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ -1 & 3 & 2\\ 0 & 1 & 4\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 5\\ -3 & 2\end{pmatrix}$.

Задание № 6

Предприятие выпускает продукцию трех видов: P_1, P_2, P_3 и использует сырье двух типов: S_1, S_2. Нормы расхода сырья характеризуются матрицей $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 5 & 2\\ 1 & 4\end{pmatrix}$, где каждый элемент $a_{ij}(i=1,2,3;\ j=1,2)$ показывает, сколько сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции задан матрицей-строкой $C=(100\ \ 80\ \ 130)$, стоимость единицы каждого типа сырья (ден.ед.) – матрицей-столбцом $B=\begin{pmatrix}30\\ 50\end{pmatrix}$. Определить затраты сырья, необходимые для планового выпуска продукции, и общую стоимость сырья.

Задание № 7

В таблице указано количество единиц продукции, отгружаемой ежедневно на молокозаводах 1 и 2 в магазины M_1, M_2 и M_3, причем доставка единицы продукции с каждого молокозавода в магазин M_1 стоит 50 ден. ед., в магазин M_2 - 70, а в M_3 - 130 ден. ед. Подсчитать ежедневные транспортные расходы каждого завода.

Молокозавод	Магазин		
	M_1	M_2	M_3
1	20	35	10
2	15	27	8

Тема 3. Определители квадратных матриц

Задание № 8

Вычислить определитель второго порядка $\Delta=\begin{vmatrix}1 & -3\\ 5 & 2\end{vmatrix}$.

Задание № 9

Вычислить определитель третьего порядка: $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

Задание № 10

Вычислить определитель третьего порядка по теореме Лапласа: $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

Задание № 11

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, раскладывая его по первой строке.

Тема 2. Обратная матрица. Ранг матрицы

Задание № 12

Найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание № 13

Определить ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Тема 3. Система линейных уравнений. Основные понятия и определения. Системы n линейных уравнений с n переменными

Задание № 14

Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 5x - y + 2z = -2 \\ 2x + 3y - 4z = 19 \\ x + 2y + 3z = 1 \end{cases}.$$

Задание № 15

Решить систему линейных уравнений по правилу Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Тема 4. Метод Гаусса

Задание № 16

На предприятии имеется четыре технологических способа изготовления изделий А и Б из некоторого сырья. В таблице указано количество изделий, которое может быть произведено из единицы сырья каждым из технологических способов.

Записать в математической форме условия выбора технологий при производстве из 94 ед. сырья 574 изделий А и 328 изделий Б.

Изделие	Выход из единицы сырья			
	I	II	III	IV
А	2	1	7	4
Б	6	12	2	3

Задание № 17

Решим систему.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

Тема 5. Элементы матричного анализа. Векторы на плоскости и пространстве

Задание № 18

Даны два вектора $\vec{X} = (7,-3,5)$ и $\vec{Y} = (1,9,4)$. Исследовать их на ортогональность

Задание № 19

Будут ли векторы $\vec{A} = (2,4)$ и $\vec{B} = (5,1)$ линейно зависимыми?

Задание № 20

Будут ли векторы $\vec{A} = (2,4)$, $\vec{B} = (5,1)$ и $\vec{C} = (2,1)$ линейно зависимыми?

Задание № 21

Доказать, что векторы $\overrightarrow{a_1} = (2,0,0),\ \overrightarrow{a_2} = (0,-1,1),\ \overrightarrow{a_3} = (0,1,4)$ образуют базис в R^3.

Тема 6. Евклидово пространство. Уравнение линии

Задание № 22

Найти длину медианы *CE* в треугольнике *ABC* с вершинами: *A* (3,3), *B* (–1,1), *C* (0,1).

Задание № 23

Найти геометрическое место точек, удаленных от точки A(*a,b*) на одно и тоже расстояние *R*.

Задание № 24

Написать уравнение прямой, проходящей через точку Q(2,7) параллельно прямой $2x-4y+3=0$.

Задание № 25

В треугольнике с вершинами *A*(2,3), *B*(–1,0), *C*(4,1) найти длину высоты, опущенной из вершины *A* на сторону *BC*.

Тема 7. Функция

Задание № 26

Найти области определения функции: $y = \arcsin\dfrac{1-4x}{3}$.

Тема 8. Теория пределов

Задание № 27

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg5x}{\sin 7x}$.

Задание № 28

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{1-\cos x}$.

Тема 9. Непрерывные функции

Задание № 29

Установить характер разрыва функции $y = 5^{\frac{1}{2-x}}$ в точке $x = 2$.

Задание № 30

Исследовать функцию на непрерывность.

$$y=\begin{cases} x^2+1, & x\le 1, \\ 2x, & 1<x\le 3, \\ 4, & x>3. \end{cases}$$

Тема 10. Производная

Задание № 31

Тело движется прямолинейно по закону $S(t)=t^3-2t^2-t$. Определить скорость и ускорение тела при $t_0=2$.

Задание № 32

Функция издержек производства некоторой фирмы имеет вид: $y(x)=0{,}1x^3-1{,}2x^2+5x+250$ (ден. ед.). Найти предельные и средние издержки производства и вычислить их значение при $x=10$.

Тема 11. Производные основных элементарных функций

Задание № 33

Найти производные заданных функций:

1) $y=\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}+2\right)^3$.

Задание № 34

Найти производные заданных функций:

1) $y=6^{tgx}-x^2\cos 2x$.

Тема 12. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков

Задание № 35

Найти дифференциал dy функции: $y=\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}+\arccos\sqrt{x+2}$.

Задание № 36

Вычислить $\sqrt[4]{16{,}6}$ приближенно с помощью дифференциала.

Тема 13. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

Задание № 37

Доказать теорему Коши.Теорема Коши. Если функции f(x) и g(x) непрерывны на отрезке [a, b] и дифференцируемы на интервале (a, b) и g′(x) ≠ 0 на интервале (a, b), то существует по крайней мере одна точка ε, a < ε < b, такая, что

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(\varepsilon)}{g'(\varepsilon)}.$$

Тема 14. Монотонность, экстремумы функций

Задание № 38

Найдем интервалы возрастания и убывания функции

$$y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1.$$

Задание № 39

Найти экстремумы функции

$$y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1.$$

Тема 15. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба

Задание № 40

Провести полное исследование и построить график функции $y=\frac{x^2-3}{x-2}$.

Тема 16. Формула Тейлора

Задание № 41

Найти разложение функции $f(x) = e^x$

Тема 17. Понятие функции многих переменных

Задание № 42

Найти область определения функции $z=\sqrt{y-x}+\ln(xy)$.

Тема 18. Дифференциальное исчисление функции многих переменных

Задание № 43

Найти частные производные функции

$$z = 5x^2 - 4xy + 2\sqrt{x} - \frac{x}{y}.$$

Задание № 44

Вычислить $\sqrt[3]{e^{0,09} + 6,95}$ приближенно, с помощью дифференциала.

Тема 19. Экстремумы

Задание № 45

Найти экстремумы функции $z = 4x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 9y + 5$.

Задание № 46

Найти экстремумы функции $z = x^2 - y^2$.

Тема 20. Условный экстремум

Задание № 47

Найти экстремум функции f(x, y) = xy, если уравнение связи:

2x + 3y – 5 = 0

Тема 21. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства

Задание № 48

Вычислить интеграл: $\int x^3 dx$.

Задание № 49

Вычислить интеграл: $\int \left(x + \frac{1}{x} + 2^x - 3\sin x + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$.

Тема 22. Основные методы интегрирования

Задание № 50

Найти неопределенный интеграл $\int \sqrt{\sin x} \cos x dx$.

Тема 23. Интегрирование рациональных функций

Задание № 51

Вычислить интеграл $\frac{3x+4}{\sqrt{7-x^2+6x}}dx$.

Тема 24. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций

Задание № 52

Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{4\sin x+3\cos x+5}$:

Тема 25. Понятие определенного интеграла и его свойства

Задание № 53

Сформулируйте и докажите теорему о среднем.

Тема 26. Формула Ньютона-Лейбница

Задание № 54

Вычислить $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ по формуле Ньютона – Лейбница.

Тема 27. Приложения определенного интеграла

Задание № 55

Найти длину окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = r^2$.

Тема 28. Несобственные интегралы

Задание № 56

Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int\limits_0^1 \frac{dx}{1-x^2}.$$

Тема 29. Дифференциальные уравнения. Основные понятия

Задание № 57

Решить уравнение $y' = 2x$

Тема 30. Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Задание № 58

Решить уравнение $(x^2-y^2)dx+2xydy=0$.

Тема 31. Дифференциальные уравнения второго порядка

Задание № 59

Найти общее решение дифференциального уравнения $y^{(4)} = \sin x$.

1. $y'+2y\sin x = \sqrt{x}$;
2. $y'' = 3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x}\ln y$;
4. $y''+\cos x = y^3$.

Тема 32. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка

Задание № 60

Найти общее решение уравнения $y''-2y'+y=x^2+1$.

Тема 33. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Задание № 61

Найти общее решение уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям

$$y'' + y' - 2y = 3e^{2x}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1, \; y_0' = 3.$$

Тема 34. Числовые ряды

Задание № 62

Найти 8-й член числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} tg\frac{\pi n}{6}$.

Тема 35. Признаки сходимости рядов с положительными членами

Задание № 63

Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-4}{n+1}$.

Тема 36. Арифметические операции над комплексными числами

Задание № 64

Найти разность двух комплексных чисел $z_1 = -\sqrt{2} - i$ и $z_2 = 1 - 2i$.

2 ЭТАП – Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины

3.3. Вопросы для проведения экзамена:

3.3. Вопросы для проведения зачета с оценкой/экзамена:

1 семестр (экзамен)

1. Определение матрицы.
2. Виды матриц.
3. Сложение, вычитание матриц и умножение матрицы на число.
4. Умножение матриц. Свойства операций.
5. Транспонирование матрицы. Свойства.
6. Определение определителя матрицы.
7. Основные свойства определителей.
8. Определитель треугольной матрицы.
9. Понятия минора и алгебраического дополнения.
10. Вычисление определителя методом разложения по строке или столбцу. Теорема Лапласа.
11. Понятие обратной матрицы.
12. Алгоритм нахождения обратной матрицы второго порядка.
13. Алгоритм нахождения обратной матрицы третьего порядка.
14. Ранг матрицы. Методы вычисления.
15. Определение и понятия системы линейных уравнений. Виды систем.
16. Метод обратной матрицы решения систем линейных уравнений.
17. Метод Крамера для решения системы.
18. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли.
19. Векторы на плоскости и в пространстве. Скалярное произведение векторов.
20. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис векторного пространства.
21. Уравнение линии на плоскости.
22. Уравнение прямой и различные формы ее математической записи.
23. Уравнение пучка прямых. Общее уравнение прямой и его исследование.

24. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
25. Определение функции.
26. Способы задания функции.
27. Свойства функций.
28. Обратная функция. Сложная функция.
29. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.
30. Геометрический смысл предела числовой последовательности.
31. Предел функции в точке и его геометрический смысл.
32. Бесконечно малые величины и их связь с пределами функций. Свойства бесконечно малых величин.
33. Бесконечно большие величины. Их свойства.
34. Связь бесконечно малых и бесконечно больших величин.
35. Основные теоремы о пределах. Неопределенности.
36. Замечательные пределы.
37. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация.

2 семестр (зачет с оценкой)

1. Задачи о касательной, скорости движения и производительности труда.
2. Определение производной функции.
3. Геометрический, механический и экономический смыслы производной. Схема вычисления производной.
4. Зависимость между непрерывностью функции и дифференцируемостью.
5. Основные правила дифференцирования.
6. Производные основных элементарных функций: логарифмической, показательной, степенной и тригонометрических. Производная неявной функции.
7. Производные высших порядков. Механический смысл второй производной.
8. Дифференцирование неявно заданной функции.
9. Дифференциал функции. Свойства дифференциала функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
10. Достаточное условия возрастания функции. Достаточное условие убывания функции.
11. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума функции. Схема исследования функции на экстремум.
12. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке, схема их отыскания.
13. Выпуклость функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия перегиба графика функции. Схема исследования на выпуклость в точке перегиба.

14. Асимптоты графика функции. Вертикальная, горизонтальные и наклонная асимптоты графика функции.
15. Общая схема исследования функций и построения их графиков.
16. Уравнение линии на плоскости.
17. Уравнение прямой и различные формы ее математической записи.
18. Уравнение пучка прямых. Общее уравнение прямой и его исследование.
19. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
20. Определение ФНП. Область определения. Линия уровня функции двух переменных.
21. Предел и непрерывность функции двух переменных.
22. Частные производные и дифференциал функции двух переменных.
23. Производная по направлению и градиент.
24. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных. Схема исследования функции двух переменных на экстремум.
25. Глобальные экстремумы.
26. Первообразная, свойства первообразной. Определение неопределенного интеграла, его свойства
27. Табличные интегралы.
28. Неопределенный интеграл и его свойства.
29. Основные методы интегрирования. Замена переменной
30. Основные методы интегрирования. Интегрирование по частям.
31. Основные методы интегрирования. Разложение рациональных дробей на простейшие, алгоритм интегрирования простейших дробей. Неправильные дроби. Простейшие дроби.
32. Интегрирование тригонометрических функция.
33. Понятие определенного интеграла и его свойства
34. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла, интегральная сумма, определенный интеграл и его свойства.
35. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница
36. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

3 семестр (экзамен)

1. Первообразная, свойства первообразной.
2. Определение неопределенного интеграла, его свойства
3. Табличные интегралы.
4. Неопределенный интеграл и его свойства.
5. Основные методы интегрирования. Замена переменной
6. Основные методы интегрирования. Интегрирование по частям.
7. Основные методы интегрирования. Разложение рациональных дробей на простейшие, алгоритм интегрирования простейших дробей. Неправильные дроби. Простейшие дроби.

8. Интегрирование тригонометрических функция.
9. Понятие определенного интеграла и его свойства
10. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла, интегральная сумма, определенный интеграл и его свойства.
11. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница
12. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
13. Приложения определенного интеграла. Вычисление площадей.
14. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций.
15. Дифференциальное уравнение, порядок, дифференциальные уравнения первого порядка, общее решение, частное решение, задача Коши
16. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
17. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка, примеры.
18. Определение однородных дифференциальных уравнений первого порядка. Решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка.
19. Дифференциальные уравнения второго порядка.
20. Определение дифференциальных уравнений второго порядка. Общее и частное решения дифференциальных уравнений второго порядка, задача Коши.
21. Определение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с правой частью и без правой части, свойства решений, структура общего решения.
22. Характеристическое уравнение.
23. Числовой ряд, общий член ряда, сумма ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды, геометрическая прогрессия.
24. Условие сходимости геометрической прогрессии, необходимое условие сходимости ряда.
25. Признак сравнения, предельный признак сравнения.
26. Признак Даламбера.
27. Интегральный признак.
28. Определение комплексного числа. Основные понятия.
29. Арифметические операции на множестве комплексных чисел. Формула Муавра.
30. Формы записи комплексных чисел.

Задания закрытого типа (Тестовые задания)

Общие критерии оценивания

№ п/п	Процент правильных ответов	Оценка
1	86 % – 100 %	5 («отлично»)
2	70 % – 85 %	4 («хорошо)

3	51 % – 69 %	3 (удовлетворительно)
4	50 % и менее	2 (неудовлетворительно)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	19	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
2	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	20	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
3	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	21	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
4	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	22	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
5	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	23	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
6	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	24	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
7	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	25	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
8	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2	26	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
	ИОПК-1.3)		ИОПК-1.3)
9	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	27	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
10	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	28	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
11	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	29	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
12	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	30	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
13	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	31	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
14	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	32	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
15	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	33	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
16	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	34	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
17	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1	35	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
	(ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		(ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
18	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	36	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)

Ключ ответов

№ вопроса	Верный ответ	№ вопроса	Верный ответ
1	2	19	1–А; 2–В; 3–Б; 4–Г
2	3	20	5,3,4,1,2
3	1–Б; 2–В; 3– Г; 4– А	21	4
4	3,4	22	2,1,4,3,5
5	4	23	1–Б; 2–А
6	1	24	1,3
7	3	25	1–В; 2–А; 3–Г; 4–Б
8	1–Б; 2–В; 3– А; 4– Г	26	4
9	3	27	5,1,3,4,2
10	4	28	1–Г; 2–В; 3–Б; 4–А
11	3	29	1
12	4	30	4
13	2,4	31	2
14	4	32	1
15	1	33	2
16	2	34	1
17	1	35	2,3,5,4,1
18	3	36	1

Задание № 1

Градиент функции $f = 4x^2 + yz - 9$ равен:

1. $(8x, y, z)$;
2. $(8x, z, y)$;
3. $(8x + 9y + 9z)$;
4. $8xyz + 9$.

Задание № 2

Точкой локального экстремума функции $f = 2x^2 + 5y^2 - 12x + 10y + 9$ является:

1. (2,5);
2. (2,3);

3. (3,-1);
4. (2,-5).

Задание № 3

Установите соответствие между функциями и их первообразными:

Столбец 1		Столбец 2	
1	$\int x^{\alpha} dx$	А	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
2	$\int \frac{dx}{x}$	Б	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$
3	$\int e^x dx$	В	$\ln\|x\| + C$
4	$\int a^x dx$	Г	$e^x + C$

Задание № 4

Интеграл $\int xdx$ вычисляется методом…

Ответ:
1. интегрирования по частям;
2. замены переменной;
3. непосредственного интегрирования;
4. применения табличных интегралов.

Задание № 5

Вычислить интеграл $\int \frac{7x-2}{3x^2-5x+4} dx$.

5. $\ln\left|36x^2 - 60x + 48\right| + \frac{\sqrt{23}}{3} arctg \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C;$
6. $\frac{7}{6}\ln\left|36x^2 - 60x + 48\right| + C;$
7. $\frac{\sqrt{23}}{3} arctg \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C;$
8. $\frac{7}{6}\ln\left|36x^2 - 60x + 48\right| + \frac{\sqrt{23}}{3} arctg \frac{6x-5}{\sqrt{23}} + C;$

Задание № 6

Вычислить интеграл $\int \sin 7x \sin 2x dx$:

1. $\frac{1}{10}\sin 5x - \frac{1}{18}\sin 9x + C$;
2. $\frac{1}{5}\sin 5x - \frac{1}{18}\sin 9x + C$;
3. $\frac{1}{10}\sin 5x - \frac{1}{9}\sin 9x + C$;
4. $\sin 5x - \sin 9x + C$.

Задание № 7

Определенный интеграл находится с помощью формулы:

1. Крамера;
2. Лапласа;
3. Ньютона-Лейбница;
4. Бернулли.

Задание № 8

Установите соответствие между определенными интегралами и их значениями

Столбец 1		Столбец 2	
1	$\int_{-4}^{4}(6x+e^x)dx$	А	21
2	$\int_{-5}^{5}2xe^2dx$	Б	$e^4 - e^{-4}$
3	$\int_0^1 \frac{21}{2\sqrt{x}}dx$	В	0
4	$\int_0^2 \frac{3dx}{x}$	Г	∞

Задание № 9

Среди предложенных вариантов ответа выберите значение площади фигуры, ограниченной линиями $x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3}, y = \sin x$:

1. 0;
2. $\frac{\pi}{2}$;
3. 1;

4. π.

Задание № 10

Определенный интеграл $\int_0^1 \frac{5dx}{x}$ равен:

1. 1;
2. 5;
3. 0;
4. ∞.

Задание № 11

Из указанных дифференциальных уравнений выберете уравнение с разделяющимися переменными:

1. $y'+2y\sin x=\sqrt{x}$;
2. $y''=3xy'$;
3. $y^2y'=\sqrt{x}\ln y$;
4. $y'+\cos x=y^3$.

Задание № 12

Найти частное решение дифференциального уравнения $y'=x^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(3)=3$:

1. $y=\frac{x^3}{3}$;
2. $y=x^3+3$;
3. $y=\frac{x^3}{3}-3$;
4. $y=\frac{x^3}{3}-6$.

Задание № 13

Из указанных дифференциальных уравнений выберете уравнение второго порядка:

1. $y'+2y\sin x=\sqrt{x}$;
2. $y''=3xy'$;
3. $y^2y'=\sqrt{x}\ln y$;
4. $y''+\cos x=y^3$.

Задание № 14

Из указанных дифференциальных уравнений выберете линейное уравнение первого порядка:

1. $y'' + \cos x = y^3$;
2. $y'' = 3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x} \ln y$;
4. $y' + 2y \sin x = \sqrt{x}$.

Задание № 15

Общим решением дифференциального уравнения$y'' - 17y' + 60y = 0$ является:

1. $C_1 e^{5x} + C_2 e^{12x}$;
2. $C_1 e^{-5x} + C_2 \sin(12x)$;
3. $C_1 \cos(5x) + C_2 \sin(12x)$;
4. $C_1 e^{24x} + C_2 e^{6x}$.

Задание № 16

Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4n^2+11}$ равен :

1. 11;
2. 1;
3. +∞;
4. 4.

Задание № 17

Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1ln!}$ равен:

1. +∞;
2. 11;
3. $\frac{1}{11}$;
4. 1.

Задание № 18

Вычислить выражение: $\frac{(5+i)(3+5i)}{2i}$

5. 5i+10;
6. 5i;
7. 14-5i;
8. 10.

Задание № 19

Установить соответствие между матрицами и их определителями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	$\begin{pmatrix} 5 & 0 & -5 \\ -6 & 0 & 5 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	А	25
2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -10 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$	Б	-15
3	$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 \\ 8 & 1 & 1 \\ 8 & 0 & 5 \end{pmatrix}$	В	9
4	$\begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$	Г	25

Задание № 20

Запишите верную последовательность нахождения обратной матрицы:
1) записать обратную матрицу;
2) сделать проверку;
3) сделать вывод о существовании обратной матрицы;
4) найти алгебраические дополнения к элементам матрицы;
5) найти определитель матрицы.

Задание № 21

Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ -x_1 - x_3 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 6 \end{cases}.$$

1. $(3,-7,1)$;
2. $(-8,4,1)$;
3. $(0,0,0)$;
4. $(2,3,1)$.

Задание № 22

Составьте правильную последовательность действий при решении системы методом Гаусса.

1. С помощью элементарных преобразований привести записанную матрицу к ступенчатому виду;
2. Записать расширенную матрицу исходной системы;
3. Начиная с последнего уравнения, найти все переменные;
4. По полученной ступенчатой матрице записать систему;
5. Сделать проверку.

Задание № 23

Установите соответствие между условиями параллельности и перпендикулярности векторов $\vec{a} = (a_x, a_y)$ и $\vec{b} = (b_x, b_y)$.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Условие параллельности	А	$a_x b_x + a_y b_y = 0$
2	Условие перпендикулярности	Б	$\frac{b_x}{a_x} = \frac{b_y}{a_y}$

Задание № 24

Какие из уравнений задают линию?

1. $x^2 + y^2 = 4y$;
2. $x^2 + y^2 = 0$;
3. $x^2 = 2y$;
4. $x^2 + y^2 = -6$.

Задание № 25

Установите соответствие между числовыми множествами и их определениями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	$Z = \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots \pm n; \dots\}$	А	Множество натуральных чисел
2	$N = \{1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$	Б	Множество целых неотрицательных чисел
3	$Q = \left\{\frac{m}{n}, m \in Z, n \in N\right\}$	В	Множество целых чисел
4	$Z_0 = \{0; 1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$	Г	множество рациональных чисел

Задание № 26

Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{12x^6+7x^4-32x+36}{7x^6-32x^5+12x+36}$ равен:

1. ∞;
2. $-\frac{1}{32}$;
3. 1;
4. $\frac{12}{7}$.

Задание № 27

Составьте верное символическое определение предела функции $y = f(x)$, при x стремящимся к x_0 *справа:*

1) существует такое $\delta > 0$;
2) сокращенно, $A = \lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)$;
3) что для любого $x > x_0$, удовлетворяющего неравенству $x - x_0 < \delta$;
4) выполнено неравенство $|f(x) - A|$;
5) для любого $\varepsilon > 0$.

Задание № 28

Установите соответствие между функциями и их производными:

Столбец 1		Столбец 2	
1	$f(x) = 5^{6x}$	А	$-\frac{7}{2\sqrt{x-9}}\sin(\sqrt{x-9})$
2	$f(x) = 6^{5x}$	Б	$-\frac{95}{(x-10)^2}$
3	$f(x) = \frac{9x+5}{x-10}$	В	$6^{5x}5\ln 6$
4	$f(x) = 7\cos(\sqrt{x-9})$	Г	$5^{6x}6\ln 5$

Задание № 29

Производная функции $f(x) = x\cos(x+3) + 7$ равна:

1. $\cos(x+3) - x\sin(x+3)$;
2. $x\sin(x+3) + 7$;
3. $\sin(x+3)$;
4. $\sin(x+3) - x\cos(x+3)$.

Задание № 30

Производная второго порядка функции $f(x) = 5^{6x}$ равна:

1. $5^{6x}5^2 \ln 5$;
2. 5^{6x};
3. $6x5^{6x-1}$;
4. $5^{6x}6^2 \ln 5$.

Задание № 31

Какая теорема утверждает:

Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], дифференцируема на интервале (a, b) и значения функции на концах отрезка равны f(a) = f(b), то на интервале (a, b) существует точка ε, a < ε < b, в которой производная функция f(x) равная нулю, f′(ε) = 0.

1. Лагранжа;
2. Ролля;
3. Коши;
4. Лопиталя.

Задание № 32

Достаточным условием убывания функции $y(x)$ на интервале $(a.b)$ является:

1. $y' < 0$ на $(a.b)$;
2. $y^n > 0$ на $(a.b)$;
3. $y^n < 0$ на $(a.b)$;
4. $y' \geq 0$ на $(a.b)$.

Задание № 33

Достаточным условием выпуклости функции $y(x)$на интервале $(a.b)$ является:

1. $y' < 0$ на $(a.b)$;
2. $y^n > 0$ на $(a.b)$;
3. $y^n < 0$ на $(a.b)$;
4. $y' \leq 0$ на $(a.b)$.

Задание № 34

Формулой Маклорена называется формула Тейлора при a = ….

1. 0;
2. 1;
3. -1;
4. 100.

Задание № 35

Установите верную последовательность определения предела функции $z = f(x; y)$ в точке M_0.

1. Выполнено неравенство $|f(x; y) - A| < \varepsilon$;
2. Если для любого числа $\varepsilon > 0$;
3. Найдется такое число $\delta > 0$;
4. И удаленных от нее меньше, чем на δ $(\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} < \delta)$
5. Что для всех точек $M(x; y) \in D$, отличных от точки M_0.

Задание № 36

Смешанная производная $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ для функции $f = \sin x - 6x^2 y$ равна:

1. $-12x$;
2. 0;
3. $\cos x - 12xy$;
4. $\cos x$.

Задания открытого типа (типовые задания, ситуационные задачи)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	19	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
2	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	20	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
3	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	21	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
4	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1	22	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
	(ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		(ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
5	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	23	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
6	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	24	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
7	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	25	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
8	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	26	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
9	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	27	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
10	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	28	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
11	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	29	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
12	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	30	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
13	УК-1 (ИУК-1.1	31	УК-1 (ИУК-1.1

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
	ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)		ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
14	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	32	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
15	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	33	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
16	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	34	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
17	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	35	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)
18	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)	36	УК-1 (ИУК-1.1 ИУК-1.2) ОПК-1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2 ИОПК-1.3)

Ключ ответов к заданиям открытого типа

№ вопроса	Верный ответ
1	$AB=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix} 2\cdot 2+0\cdot 1+1\cdot(-3) & 2\cdot 1+0\cdot 5+1\cdot 2 \\ -1\cdot 2+3\cdot 1+2\cdot(-3) & -1\cdot 1+3\cdot 5+2\cdot 2 \\ 0\cdot 2+1\cdot 1+4\cdot(-3) & 0\cdot 1+1\cdot 5+4\cdot 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 18 \\ -11 & 13 \end{pmatrix}.$
2	Вычислим определитель по правилу треугольника. Получим:

	$\Delta=\begin{vmatrix}5&-1&2\\2&3&-4\\1&2&3\end{vmatrix}=5\cdot3\cdot3+(-1)\cdot(-4)\cdot1+2\cdot2\cdot2-$ $-1\cdot3\cdot2-2\cdot(-1)\cdot3-2\cdot(-4)\cdot5=45+4+8-6+6+40=97.$
3	Определитель матрицы А равен: $\Delta=\begin{vmatrix}1&3\\-5&2\end{vmatrix}=1\cdot2-3\cdot(-5)=17$ Так, как $\Delta\neq0$, то матрица А невырожденная и для нее существует обратная. Найдем обратную матрицу: $A^{-1}=\frac{1}{17}\begin{pmatrix}2&-3\\5&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{17}&-\frac{3}{17}\\\frac{5}{17}&\frac{1}{17}\end{pmatrix}$ Проверка: $A\cdot A^{-1}=\begin{pmatrix}1&3\\-5&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\frac{2}{17}&-\frac{3}{17}\\\frac{5}{17}&\frac{1}{17}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1\cdot2+3\cdot15}{17}&\frac{1\cdot(-3)+3\cdot1}{17}\\\frac{(-5)\cdot2+2\cdot5}{17}&\frac{(-5)\cdot(-3)+2\cdot1}{17}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ Ответ: $A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{2}{17}&-\frac{3}{17}\\\frac{5}{17}&\frac{1}{17}\end{pmatrix}$
4	Вычислим определители Δ, Δ_1 , Δ_2 , Δ_3. $\Delta=\begin{vmatrix}2&-1&1\\1&2&-1\\3&-3&1\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}2&-1\\-3&1\end{vmatrix}-(-1)\begin{vmatrix}1&-1\\3&1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}1&2\\3&-3\end{vmatrix}=2(2-3)+(1+3)+(-3-6)=$ $=-2+4-9=-7,$ $\Delta_1=\begin{vmatrix}1&-1&1\\2&2&-1.\\2&-3&1\end{vmatrix}=1\begin{vmatrix}2&-1\\-3&1\end{vmatrix}-(-1)\begin{vmatrix}2&-1\\2&1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}2&2\\2&-3\end{vmatrix}=(2-3)+(2+2)+(-6-4)=$ $=-1+4-10=-7,$ $\Delta_2=\begin{vmatrix}2&1&1\\1&2&-1\\3&2&1\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}2&-1\\2&1\end{vmatrix}-1\begin{vmatrix}1&-1\\3&1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}1&2\\3&2\end{vmatrix}=2(2+2)-(1+3)+(2-6)=8-4-4=0,$ $\Delta_3=\begin{vmatrix}2&-1&1\\1&2&2\\3&-3&2\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}2&2\\-3&2\end{vmatrix}-(-1)\begin{vmatrix}1&2\\3&2\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}1&2\\3&-3\end{vmatrix}=2(4+6)+(2-6)+(-3-6)=20-4-9=7.$ Тогда $x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1;\quad x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{0}{7}=0;\quad x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{7}{-7}=-1\cdot$ Ответ: x_1=1, x_2=0, x_3= -1.
5	Обозначим через x_1, x_2, x_3, x_4 количество сырья, которое следует переработать по каждой технологии, чтобы выполнить плановое задание. Получим систему трех линейных уравнений с четырьмя неизвестными:

	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 94, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 574, \\ 6x_1 + 12x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 328. \end{cases}$ Решаем ее методом Гаусса: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 94 \\ 2 & 1 & 7 & 4 & 574 \\ 6 & 12 & 2 & 3 & 328 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 94 \\ 0 & -1 & 5 & 2 & 386 \\ 0 & 6 & -4 & -3 & -236 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 94 \\ 0 & -1 & 5 & 2 & 386 \\ 0 & 0 & 26 & 9 & 2080 \end{pmatrix}$ Имеем: r (A) = r (A) = 3, следовательно, число главных неизвестных равно трем, одно неизвестное x_4 - свободное. Исходная система равносильна следующей системе: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 94 - x_4, \\ -x_2 + 5x_3 = 386 - 2x_4, \\ 26x_3 = 2080 - 9x_4. \end{cases}$ С математической точки зрения система имеет бесчисленное множество решений, т. е. неопределенна. С учетом реального экономического содержания неизвестные величины не могут быть отрицательными. Получаем вектор (0, 14, 80, 0) является решением данной системы.
6	Покажем, что равенство $\lambda_1\vec{a_1} + \lambda_2\vec{a_2} + \lambda_3\vec{a_3} = \vec{0}$ возможно только при $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$: $\lambda_1(2,0,0) + \lambda_2(0,-1,1) + \lambda_3(0,1,4) = (0,0,0);$ $(2\lambda_1, -\lambda_2 + \lambda_3, \lambda_2 + 4\lambda_3) = (0,0,0),$ или $\begin{cases} 2\lambda_1 = 0, \\ -\lambda_2 + \lambda_3 = 0, \\ \lambda_2 + 4\lambda_3 = 0. \end{cases}$ Решив систему, получим $\lambda_1=0$, $\lambda_2=0$, $\lambda_3=0$. Так как все $\lambda_i=0$ (i=1,2,3), то $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3}$ - линейно независимы. Они могут составить базис в R^3. Очевидно, любой новый набор из векторов $\vec{a_1} = (C_1,0,0)$, $\vec{a_2} = (0,C_2,0)$, $\vec{a_3} = (0,0,C_3)$ может тоже быть взятым в качестве базиса в R^3. Итак, базис может быть выбран неединственным образом.
7	Составим уравнение прямой, проходящей через сторону BC $\frac{x+1}{4+1} = \frac{y}{1}$ или $\frac{1}{5}x + \frac{1}{5} - y = 0.$ Найдем длину высоты AE по формуле (7): $\left|AE\right| = \frac{\left|\frac{1}{5}\cdot 2 - 3 + \frac{1}{5}\right|}{\sqrt{\frac{1}{25}+1}} = \frac{2\frac{2}{5}}{\sqrt{\frac{26}{25}}} = \frac{12}{\sqrt{26}}.$
8	$\left\|\frac{1-4x}{3}\right\| \le 1 \Leftrightarrow \frac{\left|1-4x\right|}{3} \le 1 \Leftrightarrow \left|4x-1\right| \le 3 \Leftrightarrow -3 \le 4x - 1 \le 3 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -2 \le 4x \le 4 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le x \le 1.$

	$D(y)=\left[-\frac{1}{2};1\right]$.
9	Так как tg5x ~ 5x и sin7x ~ 7x при x→0, то, заменив функции эквивалентными бесконечно малыми, получим: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg5x}{\sin 7x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{5x}{7x}=\frac{5}{7}$.
10	Найдем односторонние пределы в точке x = 2: При $x\to 2-0$ знаменатель дроби $\frac{1}{2-x}$ стремится к нулю, но остается при этом больше нуля. Следовательно, сама дробь $\frac{1}{2-x}$ стремится к плюс бесконечности. Тогда $\lim\limits_{x\to 2-0}5^{\frac{1}{2-x}}=+\infty$. При $x\to 2+0$ дробь $\frac{1}{2-x}\to-\infty$ и $\lim\limits_{x\to 2-0}5^{\frac{1}{2-x}}=0$. Так как один из односторонних пределов равен бесконечности, то в точке x = 2 функция $y=5^{\frac{1}{2-x}}$ терпит разрыв второго рода. Заметим, что в остальных точках функция непрерывна, как суперпозиция непрерывных функций.
11	Согласно механическому смыслу производной $V(t_0)=S'(t_0)$. Имеем $S'(t)=3t^2-4t-1$ Если $t=t_0=2$, то $S'(2)=3,\Rightarrow V(2)=3(\text{м/с})$ $a(t_0)=V'(t_0)$ $V'(t)=(S'(t))'=(3t^2-4t-1)'=6t-4$ $V'(2)=6\cdot 2-4=8,\Rightarrow a(2)=8(\text{м/с}^2)$.
12	$y'=\left(6^{\text{tgx}}-x^2\cos 2x\right)'=\left(6^{\text{tgx}}\right)'-\left(x^2\cos 2x\right)$. Найдем: $\left(6^{\text{tgx}}\right)'$ по формуле (au)'=au·lna·U'. Будем иметь $\left(6^{\text{tgx}}\right)'=6^{\text{tgx}}\cdot\ln 6(\text{tg}\,x)'=6^{\text{tgx}}\cdot\ln 6\cdot\frac{1}{\cos^2 x}$. Производную (x2cos2x)' найдем по формуле (U·υ)'=U'υ+Uυ'и (cosU)'=-sinU·U'. Тогда $\left(x^2\cos 2x)'\right)'=(x^2)'\cdot\cos 2x+x^2\cdot(\cos 2x)'=2x\cos 2x+x^2(-\sin 2x)(2x)'=$ $=2x\cos 2x-2x^2\sin 2x=2x(\cos 2x-x\sin 2x).$ Следовательно, $y'=6^{\text{tgx}}\cdot\ln 6\cdot\frac{1}{\cos^2 x}-2x(\cos 2x-x\sin 2x)$.
13	Так как дифференциал определяется выражением dy=y'dx, то найдем сначала производную y':

	$y' = \left(\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2} + \arccos\sqrt{x+2}\right)' = \left(\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}\right)' + \left(\arccos\sqrt{x+2}\right)'.$ Для нахождения производной $\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}$ применим формулу $(\operatorname{arctg} U)' = \frac{U'}{1+U^2}$. Здесь $U = \frac{1}{(x-2)}$. Тогда $\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{x-2}\right)' = \frac{\left(\frac{1}{x-2}\right)'}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2} = \frac{\left((x-2)^{-1}\right)'}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2} = \frac{(-1)(x-2)^{-1-1}}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2} =$ $= \frac{-\frac{1}{(x-2)^2}}{1+\left(\frac{1}{x-2}\right)^2} = \frac{-\frac{1}{(x-2)^2}}{\frac{(x-2)^2+1}{(x-2)^2}} = -\frac{1}{(x-2)^2+1} = -\frac{1}{x^2-4x+5}.$ Для нахождения производной $\left(\arccos\sqrt{x+2}\right)'$ применим формулу $(\arccos U)' = -\frac{U'}{\sqrt{1-U^2}}$. Тогда $\left(\arccos\sqrt{x+2}\right)' = \frac{-(\sqrt{x+2})'}{\sqrt{1-(\sqrt{x+2})^2}} = \frac{-\left((x+2)^{\frac{1}{2}}\right)'}{\sqrt{1-x-2}} =$ $= -\frac{\frac{1}{2}(x+2)^{\frac{1}{2}-1}}{\sqrt{-x-1}} = -\frac{\frac{1}{2}(x+2)^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{-x-1}} = -\frac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}.$ Следовательно, $y' = -\frac{1}{x^2-4x+5} - \frac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}$. Отсюда дифференциал равен $dy = y'dx = \left(-\frac{1}{x^2-4x+5} - \frac{1}{2\sqrt{(-x-1)(x+2)}}\right)dx$.
14	Производная рассматриваемой функции существует при любом x и равна $y' = x^2 - 4x + 3$. Приравняв производную нулю и решив полученное квадратное уравнение, найдем две критические точки: $x_1 = 1$ и $x_2 = 3$. Ось x разбивается этими точками на три интервала: $(-\infty, 1)$, $(1, 3)$ и $(3, +\infty)$, причем на каждом из них y' сохраняет знак. Определим эти знаки, например, вычислив y' в произвольных точках указанных интервалов, получим: $y' > 0$ на $(-\infty, 1)$ и $(3, +\infty)$, и $y' < 0$ на $(1, 3)$. Отсюда заключаем, что функция $y(x)$ в точке $x = 1$ достигает максимального значения $y_{\max} = \frac{7}{3}$, а в точке $x = 3$ - минимального значения $y_{\min} = 1$.
15	10. Область определения $D(y) = (-\infty;\ 2\ ) \cup (\ 2;\ +\infty\ )$. 11. Пусть x = 0, тогда y = 1,5. Пусть y = 0, тогда x = $\pm\sqrt{3}$. То есть точки (0; 3/2) и ($\pm\sqrt{3}$; 0) – являются точками пересечения графика функции с осями

координат. Если $x \in \left(-\infty; -\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3};\ 2\right)$, то y(x) < 0. Если $x \in \left(-\sqrt{3};\ \sqrt{3}\right) \cup \left(2; +\infty\right)$, то y(x) > 0.

12. Функция общего вида, т. е. не является ни четной, ни нечетной. Действительно, $y(-x) = \dfrac{(-x)^2 - 3}{-x - 2} = -\dfrac{x^2 - 3}{x + 2}$. То есть y(-x) ≠ y(x) и y(-x)≠ -y(x).

13. Функция не является периодической, так как она имеет только одну точку разрыва.

14. Функция непрерывна в области определения, так как является дробно-рациональной. Для исследования типа разрыва в точке x = 2 найдем односторонние пределы

$$\lim_{x \to 2-0} \frac{x^2 - 3}{x - 2} = \left(\frac{+1}{-0}\right) = (-\infty), \quad \lim_{x \to 2+0} \frac{x^2 - 3}{x - 2} = \left(\frac{+1}{+0}\right) = (+\infty).$$

Следовательно, точка x = 2 является точкой разрыва второго рода, и прямая линия x = 2 является вертикальной асимптотой графика функции.

Уравнения наклонных (горизонтальных) асимптот графика функции будем искать в виде: y=kx+b, где k и b определяются следующим образом:

$$k_{1,2} = k = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3}{(x - 2) \cdot x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3}{x^2 - 2x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \to \infty} \frac{1 - \dfrac{3}{x^2}}{1 - \dfrac{2}{x}} = 1,$$

$$b = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x - 2} - 1 \cdot x \right) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3 - x^2 + 2x}{x - 2} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x - 3}{x - 2} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \to \infty} \frac{2 - \dfrac{3}{x}}{1 - \dfrac{2}{x}} = 2.$$

Таким образом, прямая y = x + 2 является наклонной асимптотой.

15. Найдем первую производную функции:

$$y' = \left(\frac{x^2 - 3}{x - 2}\right)' = \frac{2x \cdot (x - 2) - (x^2 - 3)}{(x - 2)^2} = \frac{2x^2 - 4x - x^2 + 3}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}.$$

$$y' = 0 \Rightarrow x_1 = 1, \quad x_2 = 3. \quad y(x_1) = \frac{1 - 3}{1 - 2} = 2, \quad y(x_2) = \frac{9 - 3}{3 - 2} = 6.$$

Итак, критическими точками 1-го рода являются точки x = 1 и x = 3. Точка x=2 критической не является, т. к. она не принадлежит области определения функции.

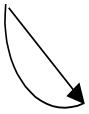
16. Найдем вторую производную функции:

$$y'' = \left(\frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}\right)' = \frac{(2x - 4) \cdot (x - 2)^2 - 2 \cdot (x - 2) \cdot (x^2 - 4x + 3)}{(x - 2)^4} =$$

$$= \frac{(2x - 4) \cdot (x - 2) - 2(x^2 - 4x + 3)}{(x - 2)^3} = \frac{2x^2 - 8x + 8 - 2x^2 + 8x - 6}{(x - 2)^3} = \frac{2}{(x - 2)^3} \neq 0.$$

Критических точек второго рода функция не имеет.

17. Составим таблицу исследования функции:

x	$(-\infty; 1)$	1	$(1; 2)$	2	$(2; 3)$	3	$(3; \infty)$
$y'(x)$	+	0	–	Не сущ.	–	0	+
$y''(x)$	–	–	–	Не сущ.	+	+	+
$y(x)$		max $y = 2$.		Не сущ.		min $y = 6$.	

18. Построим график функции (рис.2):

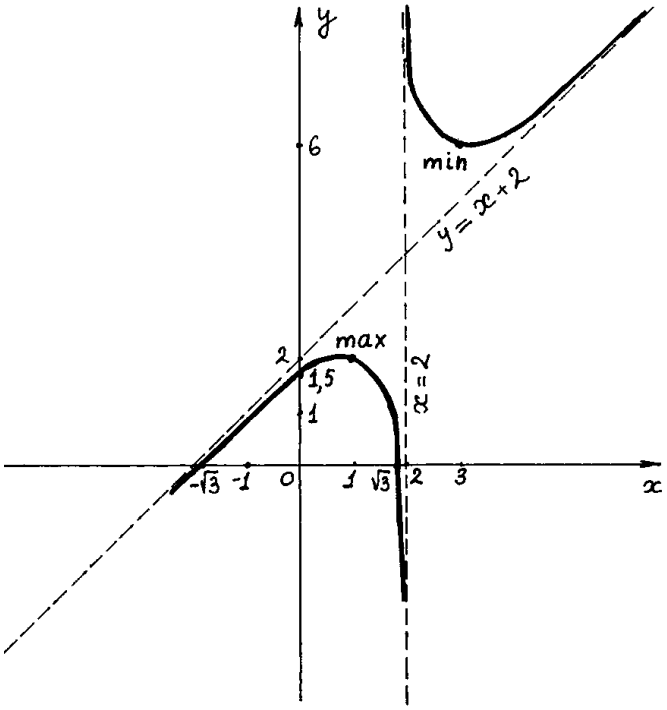


Рис. 2

16 Находим: $f(x) = e^x$, $f(0) = 1$

$f'(x) = e^x$, $f'(0) = 1$

……

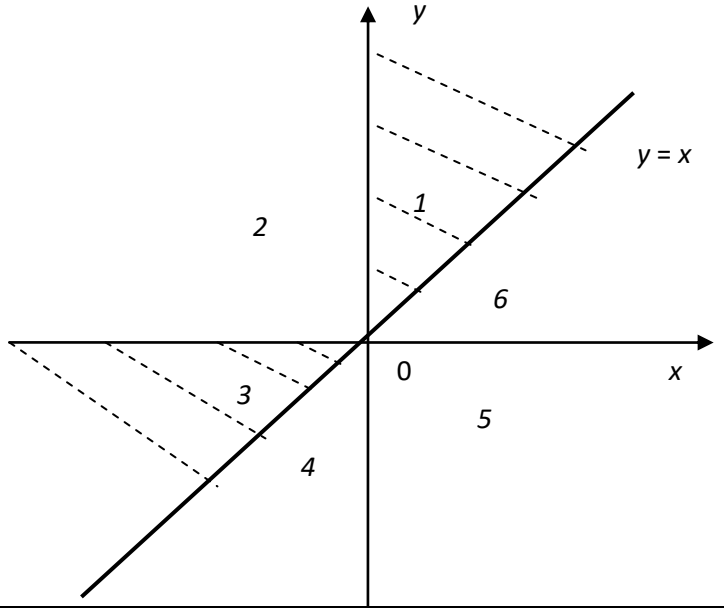
$f^{(n)}(x) = e^x$, $f^{(n)}(0) = 1$

Тогда:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} e^{\theta x}, \qquad 0 < \theta < 1$$

17 Искомая область определения является множеством точек на плоскости xOy, удовлетворяющих системе неравенств $\begin{cases} y - x \geq 0 \\ x \cdot y > 0 \end{cases}$.

Неравенства $y - x \geq 0$ и $x \cdot y > 0$ меняют свой знак на противоположный (соответственно) при пересечении следующих линий: x = y и x = 0, y = 0. Эти линии разбивают плоскость xOy 6 областей. Последовательно, подставляя

	произвольные точки, из каждой области в систему $\begin{cases} y - x \ge 0 \\ x \cdot y > 0 \end{cases}$, убеждаемся в том, что объединение областей (1) и (3) является областью определения исходной функции. Причем прямая x = y, за исключением точки (0; 0), входит в область определения, а прямые x = 0, и y = 0 – не входят (рис. 3). 
18	$z'_x = 5\left(x^2\right)'_x - 4y\left(x\right)'_x + 2\left(\sqrt{x}\right)'_x - \frac{1}{y}\left(x\right)'_x = 10x - 4y + \frac{2}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{y}$. $z'_y = 5\left(x^2\right)'_y - 4x\left(y\right)'_y + 2\left(\sqrt{x}\right)'_y - x\left(\frac{1}{y}\right)'_y = 0 - 4x + 0 - x\left(-\frac{1}{y^2}\right) = \frac{x}{y^2} - 4x$.
19	Рассмотрим функцию $z = \sqrt[3]{e^x + y}$. Требуется вычислить значение z1 этой функции в точке (x1; y1) = (0,09; 6,95). Воспользуемся приближенной формулой (5), выбрав в качестве точки $(x_0; y_0)$ точку (0; 7). Тогда Δx = x1 – x0 = 0,09 – 0 = 0,09, Δy = y1 – y0 = 6,95 – 7 = – 0,05. $z_0 = f(x_0; y_0) = \sqrt[3]{e^0 + 7} = \sqrt[3]{8} = 2$. $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(x_0;y_0)} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{\left(e^x + y\right)^2}} \cdot e^x \Bigg|_{(0;7)} = \frac{1}{3 \cdot 4} \cdot e^0 = \frac{1}{12}$. $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(x_0;y_0)} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{\left(e^x + y\right)^2}} \cdot 1 \Bigg|_{(0;7)} = \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12}$.

	Итак, $dz = \frac{1}{12}\cdot 0{,}09 + \frac{1}{12}\cdot(-0{,}05) = \frac{1}{12}\cdot 0{,}04 \approx 0{,}003.$ Следовательно, $\sqrt[3]{e^{0{,}09} + 6{,}95} \approx 2 + 0{,}003 = 2{,}003.$
20	Найдем частные производные первого порядка: $z'_x = 8x + 3y + 1$, $z'_y = 3x + 4y + 9$. Приравняем полученные частные производные к нулю. Получим систему уравнений для определения точек, подозрительных на экстремум: $\begin{cases} 8x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = -9 \end{cases}$. Решим данную систему, например, методом Крамера. $\Delta = \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 32 - 9 = 23,\ \Delta_x = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -9 & 4 \end{vmatrix} = -4 + 27 = 23,\ \Delta_y = \begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 3 & -9 \end{vmatrix} = -72 + 3 = -69.$ Следовательно, $x_0 = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{23}{23} = 1, \quad y_0 = \frac{\Delta_y}{\Delta} = -\frac{69}{23} = -3$. Таким образом, точка M(1; -3) – является единственной точкой, подозрительной на экстремум. Найдем частные производные второго порядка: $z''_{xx} = (8x + 3y + 1)'_x = 8, \quad z''_{xy} = (8x + 3y + 1)'_y = 3, \quad z''_{yy} = (3x + 4y + 9)'_y = 4$. В точке M вычислим дискриминант D по формуле D = AC – B2, где $A = z''_{xx}\big|_M = 8, \quad B = z''_{xy}\big|_M = 3, \quad C = z''_{yy}\big|_M = 4.$ То есть D = 32 – 9 = 23. Так как дискриминант больше нуля, то в точке M функция имеет экстремум. А именно, собственный минимум, поскольку A и C больше нуля. При этом $z_{\min} = z(M) = 4\cdot 1 + 3\cdot 1\cdot(-3) + 2\cdot 9 + 1 + 9\cdot(-3) + 5 = 4 - 9 + 18 + 1 - 27 + 5 = -8.$
21	$u = xy + \lambda(2x + 3y - 5)$ $\frac{\partial u}{\partial x} = y + 2\lambda; \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = x + 3\lambda;$ $\begin{cases} y + 2\lambda = 0 \\ x + 3\lambda = 0 \\ 2x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$ $\lambda = -\frac{5}{12}; \qquad x = \frac{5}{4}; \qquad y = \frac{5}{6};$ Таким образом, функция имеет экстремум в точке $\left(\frac{5}{4}; \frac{5}{6}\right)$.
22	$\int\left(x + \frac{1}{x} + 2^x - 3\sin x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)dx = \int x\,dx + \int \frac{1}{x}\,dx + \int 2^x\,dx -$ $-3\int \sin x\,dx + \int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = \frac{x^2}{2} + \ln\lvert x\rvert + \frac{2^x}{\ln 2} + 3\cos x - \operatorname{ctg} x + C.$
23	Сделаем замену t = sinx, dt = cosxdx. $\int \sqrt{t}\,dt = \int t^{1/2}\,dt = \frac{2}{3}t^{3/2} + C = \frac{2}{3}\sin^{3/2} x + C.$

24	$\int \frac{3x+4}{\sqrt{7-x^2+6x}}dx = \int \frac{3x+4}{\sqrt{16-(x-3)^2}}dx = \left\{\begin{matrix} u = x-3; & du = dx; \\ x = u+3; & \end{matrix}\right\} = \int \frac{3u+9+4}{\sqrt{16-u^2}}du = 3\int \frac{udu}{\sqrt{16-u^2}} +$ $+13\int \frac{du}{\sqrt{16-u^2}} = -3\sqrt{16-u^2} + 13\arcsin\frac{u}{4} + C = -3\sqrt{7-x^2-6x} + 13\arcsin\frac{x-3}{4} + C.$
25	$\int \frac{dx}{4\sin x + 3\cos x + 5} = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{4\frac{2t}{1+t^2} + 3\frac{1-t^2}{1+t^2} + 5} = 2\int \frac{dt}{8t+3-3t^2+5+5t^2} = 2\int \frac{dt}{2t^2+8t+8} =$ $= \int \frac{dt}{t^2+4t+4} = \int \frac{dt}{(t+2)^2} = -\frac{1}{t+2} + C = -\frac{1}{tg\frac{x}{2}+2} + C.$
26	Теорема о среднем. Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], то на этом отрезке существует точка ε такая, что $\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(\varepsilon)$ Доказательство: В соответствии со свойством 5: $m \le \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \le M$ т.к. функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], то она принимает на этом отрезке все значения от m до M. Другими словами, существует такое число ε∈ [a, b], что если $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx = \mu$ и μ = f(ε), а a ≤ ε ≤ b, тогда $\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(\varepsilon)$. Теорема доказана.
27	$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3-\sqrt{3}}{3}$ Имеем .
28	Выразим из уравнения переменную y. $y = \sqrt{r^2-x^2}$ Найдем производную $y' = -\frac{x}{\sqrt{r^2-x^2}}$ Тогда $\frac{1}{4}S = \int_0^r \sqrt{1+\frac{x^2}{r^2-x^2}}dx = \int_0^r \frac{r}{\sqrt{r^2-x^2}}dx = r\cdot\arcsin\frac{x}{r}\Big|_0^r = r\frac{\pi}{2}$ Тогда S = 2πr. Получили общеизвестную формулу длины окружности.
29	Точка $x=1$ является особой точкой, поскольку подынтегральная функция имеет в ней бесконечный разрыв. Поэтому: $I = \lim_{\varepsilon\to 0}\int_0^{1-\varepsilon}\frac{dx}{1-x^2} = \lim_{\varepsilon\to 0}\left(\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right|\right)\Big|_0^{1-\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(\lim_{\varepsilon\to 0}\ln\left|\frac{\varepsilon}{2-\varepsilon}\right| - \ln 1\right) = \frac{1}{2}(-\infty - 0) = -\infty$ - получили бесконечный предел. Таким образом, данный интеграл расходится.
30	интегрируя, получим общее решение $y(x) = \int 2x\,dx + C = x^2 + C$.

31	Перепишем его в виде $\frac{dy}{dx}=\frac{y^2-x^2}{2xy}$. Справа стоит функция однородная нулевой степени. Действительно, $f(\lambda x,\lambda y)=\frac{(\lambda y)^2-(\lambda x)^2}{2(\lambda x)(\lambda y)}=\frac{\lambda^2(y^2-x^2)}{\lambda^2\cdot 2xy}=\frac{y^2-x^2}{2xy}=f(x,y)$. Итак, преобразованное уравнение является однородным дифференциальным уравнением. Решаем его заменой y=ux. Получаем $u'x+u=\frac{(ux)^2-x^2}{2x(ux)}=\frac{u^2-1}{2u}$ или $u'x=\frac{u^2-1}{2u}-u=\frac{-1-u^2}{2u}$, т.е. $u'=-\frac{u^2+1}{2ux}$. Разделяя переменные приходим к уравнению $\frac{2udu}{u^2+1}=-\frac{dx}{x}$. Интегрируем левую и правую части этого уравнения: $\int\frac{2udu}{u^2+1}=\int d\ln(u^2+1)=\ln(u^2+1)+c_1,-\int\frac{dx}{x}=-\ln\lvert x\rvert+c_2$. Приравнивая найденные интегралы, получаем общее решение вспомогательного дифференциального уравнения относительно переменных x и u $\ln(u^2+1)=-\ln\lvert x\rvert+c$ или $\ln(u^2+1)=-\ln\lvert x\rvert+\ln c$, где c>0. Потенциируя последнее выражение, общее решение получает вид $u^2+1=\frac{c}{x}$, где c – произвольная постоянная. Заменяя u=y/x, получаем общий интеграл исходного дифференциального уравнения $\left(\frac{y}{x}\right)^2+1=\frac{c}{x}$ или y2+x2=cx, Последнее выражение приводится к виду $\left(x-\frac{c}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{c}{2}\right)^2$.
32	Четырежды проинтегрируем данное уравнение по переменной x: $y'''=\int\sin x dx=-\cos x+C_1$, $y''=\int(-\cos x+C_1)dx=-\sin x+C_1x+C_2$, $y'=\int(-\sin x+C_1x+C_2)dx=\cos x+\frac{C_1x^2}{2}+C_2x+C_3$, $y=\int\left(\cos x+\frac{C_1x^2}{2}+C_2x+C_3\right)dx=\sin x+C_1^1x^3+C_2^1x^2+C_3x+C_4$, где $C_1^1=\frac{C_1}{6}$, $C_2^1=\frac{C_2}{2}$. Таким образом, общее решение исходного уравнения четвертой степени $y(x)=\sin x+C_1^1x^3+C_2^1x^2+C_3x+C_4$ зависит от четырех произвольных констант.
33	Общее решение соответствующего однородного уравнения имеет вид yo=ex(C1+C2x)(см. пример 5). Так как правая часть уравнения является

	многочленом второй степени и ни один из корней характеристического уравнения $x^2-2x+1=0$ не равен нулю (К1=К2=1), то частное решение ищем в виде $\tilde{y}=Ax^2+Bx+C$, гдеА, В, С – неизвестные коэффициенты. Дифференцируя дважды $\tilde{y}$=Ax2+Bx+C и подставляя $\tilde{y}$=Ax2+Bx+C, $\tilde{y}'=2Ax+B$, $\tilde{y}''=2A$ в данное уравнение находим 2A–4Ax–2B+Ax2+Bx+C=x2+1, или Ax2+(B–4A)x+2A–2B+C=x2+1. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в обеих частях равенства, имеемA=1, B-4A=0, 2A-2B+C=1, Находим A=1, B=4, C=7. Итак, частное решение данного уравнения имеет вид $\tilde{y}=x^2+4x+7$, а общее решение - $y=e^x(C_1+C_2x)+x^2+4x+7$.
34	Общее решение соответствующего однородного уравнения имеет вид yo=C1ex+C2e–2x. В правой части данного уравнения стоит произведение многочлена нулевой степени на показательную функцию eαx при α=2. Так как среди корней характеристического уравнения нет корней, равных 2, то частное решение данного уравнения ищем в виде $\tilde{y}$=A·e2x. Дифференцируя и подставляя $\tilde{y}$ в уравнение получаем: $4\cdot A\cdot e^{2x}+2\cdot A\cdot e^{2x}-2Ae^{2x}=3e^{2x}$ и $4\cdot A\cdot e^{2x}=3e^{2x}$, откуда $4\cdot A=3$, $A=3/4$. Подставляя найденное значение A в выражение для $\tilde{y}$, найдем частное решение данного уравнения $\tilde{y}=\frac{3}{4}e^{2x}$ и общее решение запишется в виде $y=y_o+\tilde{y}=C_1e^x+C_2e^{-2x}+\frac{3}{4}e^{2x}$. Найдем частное решение, удовлетворяющее начальным условиям. Для этого продифференцируем y: $y'=C_1e^x-2C_2e^{-2x}+\frac{6}{4}e^{2x}$. Подставляем начальные условия в y и y', находим C1 и C2: $\begin{cases}1=C_1+C_2+\frac{3}{4},\\3=C_1-2C_2+\frac{6}{4},\end{cases}$ $-2=3C_2-\frac{3}{4},\ 3C_2=-\frac{5}{4},\ C_2=-\frac{5}{12},\ C_1=\frac{2}{3}$. Подставляя найденное значение C1 и C2 в выражение для y, найдем частное решение данного уравнения
35	Проверим сначала для данного ряда выполнения необходимого условия сходимости: $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n-4}{n+1}=3\neq 0$. Предел общего члена ряда не равен нулю, следовательно, данный ряд является расходящимся.

36	**Решение.** $z_1 - z_2 = (-\sqrt{2} - i) - (1 - 2i) = (-\sqrt{2} - 1) + i(-1 - (-2)) =$ $= (-\sqrt{2} - 1) + i.$ Ответ: $z_1 - z_2 = (-\sqrt{2} - 1) + i$.

Задание № 1

Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание № 2

Вычислить определитель третьего порядка: $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

Задание № 3

Найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание № 4

Решить систему линейных уравнений по правилу Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Задание № 5

На предприятии имеется четыре технологических способа изготовления изделий А и Б из некоторого сырья. В таблице указано количество изделий, которое может быть произведено из единицы сырья каждым из технологических способов.

Записать в математической форме условия выбора технологий при производстве из 94 ед. сырья 574 изделий А и 328 изделий Б.

Изделие	Выход из единицы сырья			
	I	II	III	IV
А	2	1	7	4
Б	6	12	2	3

Задание № 6

Доказать, что векторы $\vec{a_1} = (2,0,0)$, $\vec{a_2} = (0,-1,1)$, $\vec{a_3} = (0,1,4)$ образуют базис в R^3.

Задание № 7

В треугольнике с вершинами $A(2,3)$, $B(-1,0)$, $C(4,1)$ найти длину высоты, опущенной из вершины A на сторону BC.

Задание № 8

Найти области определения функции: $y = \arcsin\dfrac{1-4x}{3}$.

Задание № 9

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg5x}{\sin 7x}$.

Задание № 10

Установить характер разрыва функции $y = 5^{\frac{1}{2-x}}$ в точке $x = 2$.

Задание № 11

Тело движется прямолинейно по закону $S(t) = t^3 - 2t^2 - t$. Определить скорость и ускорение тела при $t_0 = 2$.

Задание № 12

Найти производные заданных функций:

1) $y = 6^{tgx} - x^2\cos 2x$.

Задание № 13

Найти дифференциал dy функции: $y = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{x-2} + \arccos\sqrt{x+2}$.

Задание № 14

Найти экстремумы функции

$y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

Задание № 15

Провести полное исследование и построить график функции $y = \dfrac{x^2 - 3}{x - 2}$.

Задание № 16

Найти разложение функции f(x) = e^x

Задание № 17

Найти область определения функции $z = \sqrt{y - x} + \ln(xy)$.

Задание № 18

Найти частные производные функции

$$z = 5x^2 - 4xy + 2\sqrt{x} - \frac{x}{y}.$$

Задание № 19

Вычислить $\sqrt[3]{e^{0,09} + 6{,}95}$ приближенно, с помощью дифференциала.

Задание № 20

Найти экстремумы функции $z = 4x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 9y + 5$.

Задание № 21

Найти экстремум функции f(x, y) = xy, если уравнение связи:

2x + 3y – 5 = 0

Задание № 22

Вычислить интеграл: $\int\left(x + \frac{1}{x} + 2^x - 3\sin x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)dx$.

Задание № 23

Найти неопределенный интеграл $\int \sqrt{\sin x}\cos x dx$.

Задание № 24

Вычислить интеграл $\dfrac{3x + 4}{\sqrt{7 - x^2 + 6x}}dx$.

Задание № 25

Вычислить интеграл $\int \dfrac{dx}{4\sin x + 3\cos x + 5}$:

Задание № 26

Сформулируйте и докажите теорему о среднем.

Задание № 27

Вычислить $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ по формуле Ньютона – Лейбница.

Задание № 28

Найти длину окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = r^2$.

Задание № 29

Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}.$$

Задание № 30

Решить уравнение $y' = 2x$

Задание № 31

Решить уравнение $(x^2-y^2)dx+2xydy=0$.

Задание № 32

Найти общее решение дифференциального уравнения $y^{(4)} = \sin x$.

1. $y'+2y\sin x = \sqrt{x}$;
2. $y'' = 3xy'$;
3. $y^2 y' = \sqrt{x}\ln y$;
4. $y'' + \cos x = y^3$.

Задание № 33

Найти общее решение уравнения $y''-2y'+y=x^2+1$.

Задание № 34

Найти общее решение уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям

$$y'' + y' - 2y = 3e^{2x}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1, \; y_0' = 3.$$

Задание № 35

Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-4}{n+1}$.

Задание № 36

Найти разность двух комплексных чисел $z_1 = -\sqrt{2} - i$ и $z_2 = 1 - 2i$.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Зачет с оценкой и экзамен является заключительным этапом процесса формирования компетенций обучающегося при изучении дисциплины и имеет целью проверку и оценку знаний обучающегося по теории и применению полученных знаний, умений и навыков при решении практических задач.

Зачет с оценкой и экзамен проводится по расписанию, сформированному учебно-методическим управлением, в сроки, предусмотренные календарным учебным графиком.

Зачет с оценкой и экзамен принимается преподавателем, ведущим лекционные занятия.

Зачет с оценкой и экзамен проводится только при предъявлении обучающимся зачетной книжки и при условии выполнения всех контрольных мероприятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой дисциплины.

Обучающимся на зачете с оценкой и экзамене представляется право выбрать один из билетов. Время подготовки к ответу составляет 30 минут. По истечении установленного времени обучающийся должен ответить на вопросы экзаменационного билета.

Результаты зачета с оценкой и экзамена заносятся в зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку. В зачетную книжку заносятся только положительные оценки. Подписанный преподавателем экземпляр ведомости сдаётся не позднее следующего дня в деканат.

В случае неявки обучающегося на зачет с оценкой или экзамен в зачетно-экзаменационную ведомость делается отметка «не явка».

Экзамен является заключительным этапом процесса формирования компетенций обучающегося при изучении дисциплины и имеет целью проверку и оценку знаний обучающегося по теории и применению полученных знаний, умений и навыков при решении практических задач.

Экзамен проводится по расписанию, сформированному учебно-методическим управлением, в сроки, предусмотренные календарным учебным графиком.

Экзамен принимается преподавателем, ведущим лекционные занятия.

Экзамен проводится только при предъявлении обучающимся зачетной книжки и при условии выполнения всех контрольных мероприятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой дисциплины.

Обучающимся на экзамене представляется право выбрать один из билетов. Время подготовки к ответу составляет 30 минут. По истечении установленного времени обучающийся должен ответить на вопросы экзаменационного билета.

Результаты экзамена оцениваются по пятибалльной системе и заносятся в зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку. В зачетную книжку заносятся только положительные оценки. Подписанный преподавателем экземпляр ведомости сдаётся не позднее следующего дня в деканат.

В случае неявки обучающегося на экзамен в зачетно-экзаменационную ведомость делается отметка «не явка».

Обучающиеся, не прошедшие промежуточную аттестацию по дисциплине, должны ликвидировать академическую задолженность в установленном локальными нормативными актами Института порядке.