Автономная некоммерческая образовательная организация
высшего образования
«Воронежский экономико-правовой институт»
(АНОО ВО «ВЭПИ»)

АНОО ВО "ВОРОНЕЖСКИЙ ЭКОНОМИКО-ПРАВОВОЙ ИНСТИТУТ", АНОО ВО "ВЭПИ", ВЭПИ

Подписано цифровой подписью: АНОО ВО "ВОРОНЕЖСКИЙ ЭКОНОМИКО-ПРАВОВОЙ ИНСТИТУТ", АНОО ВО "ВЭПИ", ВЭПИ
Дата: 2023.09.01 11:43:05 +03'00'

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебно-методической работе
_____________ А.Ю. Жильников
«22» января 2018 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Б1.Б.10 Теория вероятностей и математическая статистика
(наименование дисциплины (модуля))

38.03.01 Экономика
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) Бухгалтерский учет, анализ и аудит
(наименование направленности (профиля))

Квалификация выпускника Бакалавр
(наименование квалификации)

Форма обучения Очная, заочная
(очная, заочная)

Рекомендован к использованию Филиалами АНОО ВО «ВЭПИ»

Воронеж
2018

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной информатики.

Протокол от «17» января 2018 г. № 6

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) согласован со следующими представителями работодателей или их объединений, направление деятельности которых соответствует области профессиональной деятельности, к которой готовятся обучающиеся:

1. Заместитель генерального директора по финансовым вопросам ООО УК «Агрокультура» Хорохордин Д.Н. 19.01.2018

(должность, наименование организации, фамилия, инициалы, подпись, дата, печать)

2. Бухгалтер ООО «БУХПРОФИ» Семейкина Н.П. 19.01.2018

(должность, наименование организации, фамилия, инициалы, подпись, дата, печать)

Заведующий кафедрой Г.А. Курина

Разработчики:

Доцент Г.А. Курина

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОП ВО

Целью проведения дисциплины Б1.Б.10 Теория вероятностей и математическая статистика является достижение следующих результатов обучения:

Код компетенции	Наименование компетенции
ОК-3	способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач
ОПК-3	способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы
ПК-2	способностью на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов

В формировании данных компетенций также участвуют следующие дисциплины (модули), практики и ГИА образовательной программы (по семестрам (курсам) их изучения):

- для очной формы обучения:

Наименование дисциплин (модулей), практик, ГИА	Этапы формирования компетенций по семестрам изучения							
	1 сем.	2 сем.	3 сем.	4 сем.	5 сем.	6 сем.	7 сем.	8 сем.
Логика		ОПК-2						
Математический анализ	ОПК-2; ОПК-3	ОПК-2; ОПК-3						
Линейная алгебра	ОПК-2, ОПК-3	ОПК-2, ОПК-3						
Эконометрика					ОПК-2			
Теория вероятностей и математическая статистика			ОК-3; ОПК-2; ОПК-3; ПК-2					
Методы оптимальных решений			ОК-3, ОПК-3					
Статистика				ОК-3, ОПК-2				
Бухгалтерский учёт и анализ			ОПК-2, ПК-2	ОПК-2, ПК-2				
Финансы					ОК-3, ПК-2			
Мировая экономика и международные экономические отношения						ОК-3		
Менеджмент						ОПК-2, ОПК-3		
Маркетинг				ОК-3, ОПК-3				
История развития бухгалтерского учета			ОК-3					
Информатика	ОПК-3							
Информационные технологии в экономике					ОПК-3	ОПК-3		
Аудит							ОПК-3	ОПК-3
Финансовый анализ							ОПК-3	ОПК-3
Учет и анализ банкротств							ОПК-3	ОПК-3

Финансовая математика				ОПК-2				
Бухгалтерский управленческий учет						ОПК-2		
Комплексный анализ хозяйственной деятельности					ОПК-2, ПК-2	ОПК-2, ПК-2		
Экономика труда							ОПК-2	
Бухгалтерское дело								ОПК-2, ПК-2
Анализ финансовой отчетности							ОПК-2, ПК-2	
Оценка бизнеса							ОПК-2, ПК-2	
Контроль и ревизия						ПК-2		
Международные стандарты аудита						ПК-2		
Финансы организаций (предприятий)							ПК-2	
Контроллинг							ПК-2	
Экономическая информатика	ОПК-2							
Экономические информационные системы	ОПК-2							
Финансовый менеджмент							ОПК-2	
Финансовые вычисления в коммерческих расчетах							ОПК-2	
Теория экономического анализа			ОПК-2					
Лабораторный практикум по статистике			ОПК-2					
Учебная практика (практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности)				ОК-3; ПК-2				
Производственная практика (преддипломная практика)								ОПК-2; ОПК-3; ПК-2
Производственная практика (практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности)						ПК-2		
Права человека					ОК-3			
Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты								ОПК-2, ОПК-3,
Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена								ОК-3, , ПК-2
Подготовка публичной защиты ВКР								ОК-3

- для заочной формы обучения:

Наименование дисциплин (модулей), практик, ГИА	Этапы формирования компетенций по семестрам изучения				
	1 курс	2 курс	3 курс	4 курс	5 курс
Логика	ОПК-2				
Математический анализ	ОПК-2; ОПК-3				
Линейная алгебра	ОПК-2, ОПК-3				
Эконометрика			ОПК-2		
Теория вероятностей и математическая статистика		ОК-3; ОПК-2; ОПК-3; ПК-2			
Методы оптимальных решений			ОК-3, ОПК-3		
Статистика		ОК-3, ОПК-2			

Бухгалтерский учёт и анализ		ОПК-2, ПК-2			
Финансы			ОК-3, ПК-		2
Мировая экономика и международные экономические отношения				ОК-3	
Менеджмент			ОК-3; ОПК-3		
Маркетинг			ОК-3, ОПК-3		
История развития бухгалтерского учета			ОК-3		
Информатика	ОПК-3				
Информационные технологии в экономике				ОПК-3	
Аудит					ОПК-3
Финансовый анализ					ОПК-3
Учет и анализ банкротств					ОПК-3
Финансовая математика			ОПК-2		
Бухгалтерский управленческий учет				ОПК-2	
Комплексный анализ хозяйственной деятельности				ОПК-2, ПК-2	
Экономика труда				ОПК-2	
Бухгалтерское дело				ОПК-2, ПК-2	
Анализ финансовой отчетности					ОПК-2, ПК-2
Оценка бизнеса					ОПК-2, ПК-2
Контроль и ревизия				ПК-2	
Международные стандарты аудита				ПК-2	
Финансы организаций (предприятий)					ПК-2
Контроллинг					ПК-2
Экономическая информатика		ОПК-2			
Экономические информационные системы		ОПК-2			
Финансовый менеджмент				ОПК-2	
Финансовые вычисления в коммерческих расчетах				ОПК-2	
Теория экономического анализа			ОПК-2		
Лабораторный практикум по статистике			ОПК-2		
Учебная практика (практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности)			ОК-3; ПК-2		
Производственная практика (преддипломная практика)				ОПК-2; ОПК-3; ПК-2	
Производственная практика (практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности)				ПК-2	
Права человека			ОК-3		
Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты					ОПК-2, ОПК-3,
Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена					ОК-3, , ПК-2
Подготовка публичной защиты ВКР					ОК-3

Этап дисциплины (модуля) Б1.Б.10 Теория вероятностей и математическая статистика в формировании компетенций соответствует:

- для очной формы обучения – 3 семестру;

- для заочной формы обучения – 2 курсу.

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкалы оценивания

Показателями оценивания компетенций являются следующие результаты обучения:

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОК-3	Знать: основные понятия и теоремы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения экономических задач Уметь: строить вероятностные модели, вычислять вероятности случайных событий, числовые характеристики случайных величин Владеть: навыками практического применения современных инструментариев теории вероятностей и математической статистики для решения экономических задач
ОПК-2	Знать: методы сбора, анализа и обработки математических и статистических данных, необходимых для решения задач. Уметь: осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ математических и статистических данных, необходимых для решения конкретных задач. Владеть: навыки сбора, анализа и обработки статистических данных, необходимых для решения задач
ОПК-3	Знать: инструментальные средства обработки математических и статистических данных. Уметь: осуществлять выбор инструментальных средств для обработки статистических данных в соответствии с целью исследования; анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы. Владеть: навыки анализа и оценки социально-экономических данных; навыками формирования обоснованных выводов по результатам проведенных расчетов и анализа
ПК-2	Знать: нормативно-правовую базу, основные экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов, и типовые методики их расчетов. Уметь: рассчитывать на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы статистические показатели. Владеть: навыками расчета основных статистических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины (модуля):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенции (части компетенций)	Критерии оценивания	Оценочные средства текущего контроля успеваемости	Шкала оценивания
1	Тема 1. Основные понятия теории вероятностей.	ОК-3, ОПК-2, ОПК-3	Знать: - классификацию случайных событий. Уметь: - рассчитывать сумма и произведение событий. Владеть: - формулой Байеса.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
2	Тема 2. Случайные величины и случайные вектора.	ОК-3, ОПК-2, ОПК-3	Знать: - закон распределения дискретной случайной величины. Уметь: - формировать функция распределения случайной величины.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»

			Владеть: - расчетом случайного вектора.		
3	Тема 3. Характеристики распределений случайных величин и случайных векторов	ОК-3, ОПК-2, ОПК-3	Знать: - математическое ожидание дискретной случайной величины. Уметь: - рассчитывать дисперсию непрерывной случайной величины. Владеть: - дисперсией непрерывной случайной величины.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
4	Тема 4. Основные законы распределений случайных величин	ОК-3, ОПК-2, ОПК-3, ПК-2	Знать: - дискретное распределение Пуассона. Уметь: - применять дискретное распределение Пуассона. Владеть: - нормальным распределением	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
5	Тема 5. Предельные теоремы (Закон больших чисел и центральная предельная теорема).	ОК-3, ОПК-2, ОПК-3, ПК-2	Знать: - неравенство Чебышева. Уметь: - применять теорему Чебышева. Владеть: - приближенной формулой Лапласа.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
6	Тема 6. Основные понятия математической статистики.	ОК-3, ОПК-2, ОПК-3, ПК-2	Знать: - гистограмма. Уметь: - рассчитывать выборочное среднее. Владеть: - выборочной дисперсией	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
7	Тема 7. Статистическое оценивание параметров распределений.	ОК-3, ОПК-2, ОПК-3, ПК-2	Знать: - метод моментов. Уметь: - применять метод правдоподобия. Владеть: - оценкой параметров распределений.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
8	Тема 8. Доверительные интервалы.	ОК-3, ОПК-2, ОПК-3, ПК-2	Знать: - доверительный интервал для m при известном δ. Уметь: - применять доверительный интервал для m при известном δ. Владеть: - доверительным множеством для векторного параметра.	Устный опрос, доклады, тесты, решение ситуационных задач	«Зачтено» «Не зачтено»
9	Тема 9. Проверка гипотез.	ОК-3, ОПК-2, ОПК-3, ПК-2	Знать: - проверку гипотез о равенстве двух дисперсий.	Устный опрос, доклады, тесты, решение	«Зачтено» «Не зачтено»

			Уметь: - применять критерии согласия Колмогорова. Владеть: - проверкой гипотезы о независимости признаков.	ситуационных задач	
ИТОГО			Форма контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации	Шкала оценивания
			Экзамен	Письменный ответ на билет	«Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»

Критерии оценивания результатов обучения для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

1. Критерий оценивания устного ответа:

Зачтено – хорошее знание основных терминов и понятий курса, последовательное изложение материала курса, умение формулировать некоторые обобщения по теме вопросов, достаточно полные ответы на вопросы, умение использовать фундаментальные понятия из базовых дисциплин при ответе.

Не зачтено – не выполнены требования, соответствующие оценке «зачтено».

2. Критерии оценивания доклада:

Зачтено – содержание основано на глубоком и всестороннем знании темы, изученной литературы, изложено логично, аргументировано и в полном объеме, основные понятия, выводы и обобщения сформулированы убедительно и доказательно, возможны недостатки в систематизации или в обобщении материала, неточности в выводах, основные категории применяются для изложения материала.

Не зачтено – не выполнены требования, соответствующие оценке «зачтено».

3. Критерии оценивания тестирования:

Оценка «отлично» – 86 % – 100 % правильных ответов.

Оценка «хорошо» – 70 % – 85 % правильных ответов.

Оценка «удовлетворительно» – 51 % – 69 % правильных ответов.

Оценка «неудовлетворительно» – 50 % и менее правильных ответов.

4. Критерии оценивания решения ситуационных задач:

Зачтено – ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода её решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями или решение подробное, но недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании, или ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода её решения недостаточно полное, непоследовательное, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием.

Не зачтено – не выполнены требования, соответствующие оценке «зачтено».

5. Критерии оценивания ответа на экзамене:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал знание основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, умение показать уровень сформированности практических профессиональных умений и навыков, способность четко и аргументировано отвечать на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал недостаточно полное знание основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, проявил неявное умение продемонстрировать уровень сформированности практических профессиональных умений и навыков, давал не всегда четкие и логичные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал неглубокие знания основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования, а также испытывал существенные затруднения при ответе на дополнительные вопросы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он продемонстрировал отсутствие знаний основного теоретического содержания дисциплин учебного плана образовательной программы высшего образования при ответе на вопросы билета.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1 ЭТАП – Текущий контроль освоения дисциплины

3.1. «Вопросы для устного опроса»:

1. Классификация случайных событий.
2. Сумма и произведение событий.
3. Формула произведения вероятностей.
4. Формула Байеса.
5. Биномиальные вероятности.
6. Закон распределения дискретной случайной величины.
7. Функция распределения случайной величины.
8. Функция распределения непрерывной случайной величины.
9. Математическое ожидание дискретной случайной величины.

10. Дисперсия дискретной случайной величины.
11. Дискретное распределение Пуассона.
12. Равномерное распределение на отрезке.
13. Нормальное распределение.
14. Неравенство Чебышева.
15. «Правило трёх сигм».
16. Теорема Чебышева.
17. Теорема Бернулли.
18. Приближенная формула Лапласа.
19. Гистограмма.
20. Выборочное среднее.
21. Выборочная дисперсия.
22. Метод моментов.
23. Метод правдоподобия.
24. Оценка параметров распределений.
25. Доверительный интервал для m при известном δ.
26. Доверительный интервал для m при неизвестном δ.
27. Доверительное множество для векторного параметра.
28. Проверка гипотез о равенстве двух дисперсий.
29. Критерий согласия Колмогорова.
30. Проверка гипотезы о независимости признаков.

3.2. «Примерный перечень тем докладов»:

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей
1. Понятие о вероятности. Элементы комбинаторики.
2. События и операции над ними. Вероятностные пространства.
3. Основные теоремы теории вероятностей.

Тема 2. Случайные величины и случайные вектора
1. Случайные величины.
2. Случайные векторы.

Тема 3. Характеристики распределений случайных величин и случайных векторов
1. Числовые характеристики случайной величины.
2. Числовые характеристики случайных векторов.

Тема 4. Основные законы распределений случайных величин
1. Основные законы распределения дискретных случайных величин.
2. Основные законы распределения дискретных случайных величин.
3. Нормальный закон распределения.

Тема 5. Предельные теоремы (Закон больших чисел и центральная предельная теорема).
1. Закон больших чисел.

2. Предельные теоремы.

Тема 6. Основные понятия математической статистики
1. Статистические описания результатов наблюдений.
2. Абсолютные и относительные показатели анализа рядов динамики.
3. Средние показатели ряда динамики.

Тема 7. Статистическое оценивание параметров распределений
1. Статистические методы оценки параметров.
2. Способы приведения рядов динамики к сопоставимому виду.

Тема 8. Доверительные интервалы
1. Доверительный интервал и доверительная вероятность
2. Доверительный интервал для среднего
3. Доверительный интервал для дисперсии

Тема 9. Проверка гипотез
1. Проверка статистических гипотез.
2. Ошибки при проверке статистических гипотез.
3. Проверка статистических гипотез о равенстве средних.

Задания закрытого типа (Тестовые задания)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	16	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
2	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	17	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
3	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	18	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
4	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	19	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
5	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	20	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
6	ОК-3 ОПК-2	21	ОК-3 ОПК-2

	ОПК-3 ПК-2		ОПК-3 ПК-2
7	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	22	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
8	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	23	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
9	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	24	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
10	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	25	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
11	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	26	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
12	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	27	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
13	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	28	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
14	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	29	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2
15	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2	30	ОК-3 ОПК-2 ОПК-3 ПК-2

Ключ ответов

Тема 1. № вопроса	Верный ответ	Тема 1. № вопроса	Верный ответ	Тема 2. № вопроса	Верный ответ	Тема 3. № вопроса	Верный ответ
1	1–В; 2–А; 3–Г; 4–Б.	4	4	7	3	10	1
2	1	5	3	8	2	11	3
3	1,2	6	2	9	1	12	2

Ключ ответов

Тема 4. № вопроса	Верный ответ	Тема 5. № вопроса	Верный ответ	Тема 6. № вопроса	Верный ответ	Тема 7. № вопроса	Верный ответ
13	1,4	16	1–Б; 2–В; 3–Г; 4–А.	19	1	22	3
14	4	17	4	20	2	23	1
15	3	18	2	21	1	24	1–Б; 2–А; 3–Г; 4–В.

Ключ ответов

Тема 8. № вопроса	Верный ответ	Тема 9. № вопроса	Верный ответ
25	3	28	6,2,4,3,1,5
26	2	29	1,2
27	4	30	1,3,5,2,4

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля по темам дисциплины:

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей

Задание № 1

Установите соответствие между видами событий и их понятиями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Противоположное	А	если оно обязательно произойдет в результате данного испытания.
2	Достоверное	Б	если оно не может произойти в результате данного испытания.
3	Случайное	В	несовместное событие, образующее полную группу событий с данным событием в данном испытании.
4	Невозможное	Г	которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания (опыта).

Задание № 2

Стрелок делает три выстрела по мишени. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,85 при втором 0,8 при третьем 0,75. Какова вероятность, что мишень будет поражен хотя бы два раза?

1. 0,8975;
2. 0,95;
3. 0,5;
4. 0,9.

Задание № 3

Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность поражения цели первым стрелком 0,7, вторым – 0,8, третьим – 0,3. Найти вероятность того, что только одни стрелок поразит мишень:

1. 0,284;
2. $p_1q_2q_3+q_1p_2q_3+q_1q_2p_3$;
3. 0;
4. 1.

Задание № 4

Победитель соревнования награждается: призом (событие 1), денежной премией (события 3), медалью (событие С). Что представляет собой событие А+В?

1. Награждение победителя отменяется;
2. Награждение победителя и премией, и призом, и медалью;
3. Награждение победителя премией и медалью;
4. Награждение победителя или призом, или премией, или и тем, и другим.

Задание № 5

Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих анализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор 0,95 второй – 0,9. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один анализатор:

1. 0;
2. 0,5;
3. 0,14;
4. 1.

Задание № 6

Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть две партии из 4^x или три из шести? Какие формулы применяются для решения этой задачи?

1. Формула Байеса;
2. Формула Бернулли;
3. Формула полной вероятности;
4. Формула Пуассона.

Тема 2. Случайные величины и случайные вектора

Задание № 7

Закон распределения дискретной СВ имеет вид:

x_i	3	6	7	8
p_i	0,1	0,3	0,25	P_4

Значение P_4 равно…

1. 0,15;
2. 0,4;
3. 0,35;
4. 0,25.

Задание № 8

Дискретная случайная величина задана законом функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{если} x \le 1, \\ 0{,}12, \text{если} 1 \prec x \le 3, \\ 0{,}35, \text{если} 3 \prec x \le 5,. \\ 0{,}73, \text{если} 5 \prec x \le 7, \\ 1, \text{если} x \succ 7. \end{cases}$$

Тогда вероятность *P(5<X<7) равна:*

1. 0,8;
2. 0;
3. 0,5;
4. 0,2.

Задание № 9

Для дискретной случайной величины X:

x_i	2	3	4	5
p_i	P_1	P_2	P_3	P_4

функция распределения вероятностей имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{если} x \le 2, \\ 0{,}25, \text{если} 2 \prec x \le 3, \\ 0{,}4, \text{если} 3 \prec x \le 4, \quad . \\ 0{,}75, \text{если} 4 \prec x \le 5, \\ 1, \text{если} x \succ 5. \end{cases}$$

Тогда значение параметра P_1, P_2, P_3, P_4 равны соответственно…

1. 0,25; 0,15; 0,35; 0,25;
2. 0,25; 0,35; 0,15; 0,25;
3. 0,25; 0,25; 0,25; 0,25;
4. 0; 0,25; 0,4; 0,75.

Тема 3. Характеристики распределений случайных величин и случайных векторов

Задание № 10

Найти дисперсию дискретной случайной величины X-числа появления события A в пяти независимых испытаниях, если вероятность появления событий A в каждом испытании равна 0,2.

1. 0,8;
2. 0,5;
3. 0,6;
4. 0,4.

Задание № 11

Найти дисперсию дискретной случайной величины X-числа появления события A в двух независимых испытаниях, если вероятность появления событий A в каждом испытании постоянна и известно, что M(X)=1,2.

1. 0,8;
2. 0,5;
3. 0,48;
4. 0,4.

Задание № 12

Найти дисперсию случайной величины, заданной законом распределения:

X	- 1	2	4
p	0,2	0,3	0,5

1. 1,9;
2. 3,64;
3. 0,84;
4. 0,2.

Тема 4. Основные законы распределений случайных величин

Задание № 13

Стрелок трижды стреляет по одной мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле одна и та же 0,8. Каков закон распределения случайной величины X-числа попаданий в мишень?

1. биномиальный;
2. закон Пуассона;
3. геометрическое распределение;
4. закон Бернулли.

Задание № 14

Плотность вероятностей нормального распределения равна

$$\varphi(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+5)^2}{32}}$$

Математическое ожидание M(X) и дисперсия D(X) соответственно равны …

1. -5 и 16;
2. 2 и 9;
3. 5 и 4;
4. -5 и 4.

Задание № 15

Случайная величина X распределена по показательному закону с плотностью распределения вероятностей $f(x) = \begin{cases} 0, \ при \ \ x \prec 0, \\ 3e^{-3x}, \ при \ \ x \geq 0. \end{cases}$

Тогда ее M(X) и D(X) равны:

1. 1/3 и 1/6;
2. 2/3 и 1/3;
3. 1/3 и 1/9;
4. 1/3 и 4/3.

Тема 5. Предельные теоремы (Закон больших чисел и центральная предельная теорема).

Задание № 16

Установите соответствие между задачами методами их решения.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Вероятность того, что деталь не пройдет проверку ОТК, равна 0,15. Тогда вероятность того, что среди 300 случайно отобранных деталей окажется не менее 50 деталей, не прошедших проверку ОТК, следует вычислить по …	А	Локальная формула Лапласа

2	В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй 20 шаров, из 4 белых. Из каждой урны наудачу извлечены по 1 шару, а потом из этих двух шаров наудачу взяли один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар. Какие формулы применяются для решения этой задачи?	Б	Интегральная формула Лапласа
3	Имеется две урны: в первой 6 белых и 4 черных шара; во второй 3 белых и 7 черных. Из наудачу выбранной урны берут один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым. Определить вероятность того, что вынутый белый шар	В	Формула Байеса
4	Вероятность появления некоторого события в каждом из 500 независимых испытаний постоянна и равна 0,15. Тогда вероятность того, что событие появится ровно 79 раз, следует вычислять как …	Г	Формула полной вероятности

Задание № 17

Вероятность появления некоторого события в каждом из 400 независимых испытаний постоянна и равна 0,1. Тогда вероятность того, что событие появится ровно 43 раза, следует вычислять как …

1. $P \approx \Phi(0{,}5)$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа;
2. $P \approx \frac{1}{64}\varphi(0{,}5)$, где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$;
3. $P \approx 0{,}5 - \Phi(0{,}5)$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа;
4. $P \approx \frac{1}{6}\varphi(0{,}5)$, где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Задание № 18

Вероятность появления некоторого события в каждом из 400 независимых испытаний постоянна и равна 0,1. Тогда вероятность того, что событие появится ровно 52 раза, следует вычислять по локальной формуле Лапласа как …

1. $P \approx \frac{1}{36}\varphi(2), где \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$;

2. $P \approx \frac{1}{6}\varphi(2), где \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$;

3. $P \approx \frac{1}{6}\varphi(3), где \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$;

4. $P \approx \varphi(2), где \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Тема 6. Основные понятия математической статистики

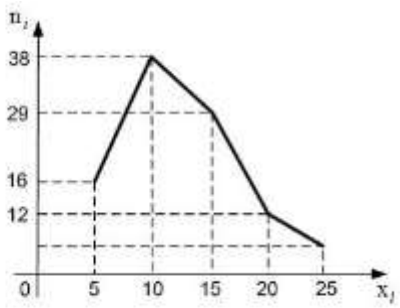
Задание № 19

Дана выборка объема n x_1, x_2, …x_n. Если каждый элемент выборки увеличить в 5 раз, … (закончить фразу).

1. Выборочная средняя возрастет в 5 раз и выборочная дисперсия возрастет в 5 раз;
2. Выборочная средняя возрастет в 5 раз и выборочная дисперсия возрастет в 25 раз;
3. Выборочная средняя возрастет в 25 раз и выборочная дисперсия возрастет в 5 раз;
4. Выборочная средняя возрастет в 5 раз и выборочная дисперсия не изменится.

Задание № 20

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 100$, полигон частот которой имеет вид:



Тогда относительная частота варианты $x_i = 25$ в выборке равна….

1. 0,20;
2. 0,25;
3. 0,06;
4. 0,05.

Задание № 21

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n = 81:

x_i	1	2	4	5	6
n_i	5	14	n_3	22	6

Тогда значение n_3 равно …

1.34;
2.81;
3.47;
4.33.

Тема 7. Статистическое оценивание параметров распределений

Задание № 22

Размах варьирования вариационного ряда 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 14 равен …

1. 12;
2. 4;
3. 11;
4. 17.

Задание № 23

Мода вариационного ряда 5, 7, 9, 12, 12, 12, 16, 17, 18, 19, 21 равна…

1. 12;
2. 15;
3. 16;
4. 13.

Задание № 24

Установите соответствие между выборками их выборочными средними значениями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	1,3,4,6,9,12,12,12,16,14,16,18,20	А	8
2	2,4,6,8,10,10,16	Б	11
3	1,2,4,7,8,10,10,16	В	7,5
4	1,2,4,7,8,10,12,16	Г	7,25

Тема 8. Доверительные интервалы

Задание № 25

Точечная оценка математического ожидания нормально распределенной случайной величины равна $\bar{x} = 15{,}6$. Тогда ее доверительный интервал может иметь вид…

1. [15,6; 17];
2. [14,6; 15,6];
3. [15,1; 16,1];
4. [16; 17].

Задание № 26

Дан доверительный интервал (32,06;41,18) для оценки математического ожидания нормально распределенного количественного признака. Тогда точечная оценка математического ожидания равна…

1. 36,52;
2. 36,62;
3. 9,12;
4. 73,7.

Задание № 27

Дан доверительный интервал (25,44;26,98) для оценки математического ожидания нормально распределенного количественного признака. Тогда при увеличении надежности (доверительной вероятности) оценки доверительный интервал может принять вид …

1. (25,74;26,68);
2. (24,04;26,98);
3. (24,14;28,38);
4. (24,04;28,38).

Тема 9. Проверка гипотез

Задание № 28

Составьте верный алгоритм проверки гипотезы о равенстве средних значений с помощью критерия Стьюдента:

1. Рассчитывается экспериментальное значение критерия Стьюдента и по таблице обратного распределения Стьюдента находят критическое значение статистики;
2. Задается уровень значимости α и формулируются нулевая и альтернативная гипотезы;
3. Сравниваются дисперсии;
4. По выборкам вычисляются выборочные средние и дисперсии;
5. Делается вывод о равенстве или неравенстве средних значений;
6. Рассматриваются две генеральные совокупности и выборки из них $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $(y_1, y_2, \ldots, y_m)$.

Задание № 29

Критерий Стьюдента сравнения средних используется для…

1. Связанных выборок;
2. Несвязанных выборок;
3. Однородных;
4. Контрольных и экспериментальных групп.

Задание № 30

Составьте верный алгоритм проверки гипотезы о равенстве средних значений с помощью критерия Вилкоксона:

1. Расположим n+m значений обоих выборок в порядке возрастания, т. е. в виде общего вариационного ряда;
2. Находится выборочное и критическое значение статистики W критерия;
3. Находится сумма рангов элементов выборок;
4. Делается вывод о равенстве или неравенстве средних значений;
5. Правильность вычислений проверяется по формуле: $\omega_1 + \omega_2 = nm$.

Задания открытого типа (типовые задания, ситуационные задачи)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-3	24	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
2	ОК-3	25	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
3	ОК-3	26	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
4	ОК-3	27	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2

	ОПК-3		ОПК-3
5	ОК-3	28	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
6	ОК-3	29	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
7	ОК-3	30	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
8	ОК-3	31	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
9	ОК-3	32	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
10	ОК-3	33	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
11	ОК-3	34	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
12	ОК-3	35	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
13	ОК-3	36	ОК-3

	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
14	ОК-3	37	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
15	ОК-3	38	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
16	ОК-3	39	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
17	ОК-3	40	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
18	ОК-3	41	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
19	ОК-3	42	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
20	ОК-3	43	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
21	ОК-3	44	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3

22	ОК-3	45	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
23	ОК-3	46	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3

Ключ ответов к заданиям открытого типа

№ вопроса	Верный ответ
1	Рассмотрим события A_i – выпало i очков, $i = 1, 2, \ldots, 6$. Очевидно, что эти события образуют схему случаев. Тогда число всех случаев $n = 6$. Выпадению четного числа очков благоприятствуют случаи A_2, A_4, A_6, т.е. $m = 3$. Тогда $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
2	Перейдем к противоположному событию $\overline{D}$ – при одном выстреле стрелок выбьет не менее 8 очков. Событие $\overline{D}$ наступает, если произойдет A или B, или C, т.е. $\overline{D} = A + B + C$. Так как события A, B, C попарно несовместны, то, по теореме сложения, $P(\overline{D}) = P(A) + P(B) + P(C) = 0{,}51$, откуда $P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 1 - 0{,}51 = 0{,}49$.
3	Рассмотрим события: B – первый вынутый шар белый; C – второй вынутый шар белый. Тогда $A = BC$. Опыт можно провести двумя способами: 1) с возвращением: вынутый шар после фиксации цвета возвращается в урну. В этом случае события B и C независимы: $P(A) = P(B) \cdot P(C) = 5/15 \cdot 5/15 = 1/9$; 2) без возвращения: вынутый шар откладывается в сторону. В этом случае события B и C зависимы: $P(A) = P(B) \cdot P(C/B)$. Для события B условия прежние, $P(B) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$, а для C ситуация изменилась. Произошло B, следовательно в урне осталось 14 шаров, среди которых 4 белых $P(C/B) = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$. Итак, $P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{21}$.
4	Мишень будет поражена, если в нее попадет либо первый стрелок, либо второй, либо оба вместе, т.е. произойдет событие $A+B$, где событие A заключается в попадании в мишень первым спортсменом, а событие B – вторым. Тогда $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0{,}7 + 0{,}8 - 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}94$.
5	Введем обозначения событий: A – первый взятый учебник имеет переплет, B – второй учебник имеет переплет. Вероятность того, что первый учебник имеет

<table>
<tr><td></td><td>переплет,
$P(A) = 3/6 = 1/2.$
Вероятность того, что второй учебник имеет переплет, при условии, что первый взятый учебник был в переплете, т.е. условная вероятность события B, такова: $P(B/A) = 2/5$.
Искомая вероятность того, что оба учебника имеют переплет, по теореме умножения вероятностей событий равна
$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A) = 1/2 \cdot 2/5 = 0,2.$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Вероятность выпадения герба при одиночном испытании $p = 1/2$, отсюда $q = 1 – p = 1/2$. По формуле Бернулли имеем:
$$P_{10}(5) = C_{10}^{5}\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 0,25.$$</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжение каждых из 6 суток постоянна и равна $p=0,75$. Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна $q=1–p=1–0,75=0,25$.
Искомая вероятность по формуле Бернулли равна
$$P_6(4) = C_6^4 p^4 q^2 = \frac{6\cdot 5}{2}(0,75)^4(0,25)^2 = 0,30.$$</td></tr>
<tr><td>8</td><td>$$P(1 < X < 2,5) = F(2,5) - F(1) = (2,5-2)^2 - 0 = 0,25;$$
$$P(2,5 < X < 3,5) = F(3,5) - F(2,5) = 1 - (2,5-2)^2 = 0,75.$$</td></tr>
<tr><td>9</td><td>$$P(200 < X < 300) = \int_{200}^{300} f(x)dx = \int_{200}^{300}\frac{100}{x^2}dx = \frac{1}{6}.$$</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Для нахождения коэффициента a воспользуемся формулой: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$.
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{\pi} a\sin x dx + \int_{\pi}^{\infty} 0dx = a\int_{0}^{\pi}\sin x dx = -a\cos x\Big|_0^{\pi} = 2a = 1;\ a = \frac{1}{2}.$$</td></tr>
<tr><td>11</td><td>$$f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & при\ -\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4} \\ 0, & при\ |x| > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$</td></tr>
<tr><td>12</td><td><table><tr><td>X</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>p_i</td><td>0,8</td><td>0,2</td></tr></table>
<table><tr><td>Y</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>p_j</td><td>0,2</td><td>0,3</td><td>0,3</td><td>0,2</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>13</td><td>Найдем вероятности возможных значений X при условии, что составляющая Y приняла значение $y_1 = 3$:
$$p(x_1|y_1) = \frac{p(x_1, y_1)}{p(y_1)} = \frac{0,25}{0,25+0,05+0,1} = \frac{5}{8},\ p(x_2|y_1) = \frac{p(x_2, y_1)}{p(y_1)} = \frac{0,05}{0,4} = \frac{1}{8},$$
$$p(x_3|y_1) = \frac{p(x_3, y_1)}{p(y_1)} = \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4}.$$
Тогда условный закон распределения вероятностей составляющей X примет вид:
<table><tr><td>X</td><td>-1</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>$p(X \mid y_1)$</td><td>$\frac{5}{8}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr></table></td></tr>
</table>

Условным законом распределения составляющей Y при $X = x_k$ называют совокупность условных вероятностей вида: $q(y_1|x_k), q(y_2|x_k), \dots, q(y_m|x_k)$, где $q(y_j|x_k) = P_{X=x_k}(Y = y_j)$. Эти вероятности вычисляются по формуле:

$$q(y_j|x_k) = \frac{q(y_j, x_k)}{p(x_k)}$$

Найдем вероятности возможных значений Y при условии, что составляющая X приняла значение $x_3 = 2$

$$q(y_1|x_3) = \frac{q(y_1, x_3)}{p(x_3)} = \frac{0{,}1}{0{,}35} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

$$q(y_2|x_3) = \frac{q(y_2, x_3)}{p(x_3)} = \frac{0{,}25}{0{,}35} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

Тогда условный закон распределения вероятностей составляющей Y примет вид:

Y	3	6
q(Y|x_3)	2/7	5/7

14

y_i	-6	3	6
p_i	0,5	0,3	0,2

z_i	1	4
p_i	0,3	0,7

15

$$f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & \textit{при} \quad -\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4}; \\ 0, & \textit{при} \quad |x| > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)dx = \int_{-\infty}^{-\pi/4} 0dx + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x\cos 2x dx + \int_{\pi/4}^{\infty} 0dx = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x\cos 2x dx = \begin{Bmatrix} u = x; & dv = \cos 2xdx; \\ du = dx; & v = \frac{\sin 2x}{2}; \end{Bmatrix} =$$

$$= \frac{x\sin 2x}{2}\Bigg|_{-\pi/4}^{\pi/4} - \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\sin 2x}{2} dx = \frac{\cos 2x}{4}\Bigg|_{-\pi/4}^{\pi/4} = 0.$$

$$M(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{-\pi/4} 0dx + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x^2 \cos 2xdx + \int_{\pi/4}^{\infty} 0dx = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x^2 \cos 2xdx =$$

$$= \begin{Bmatrix} u = x^2; & dv = \cos 2xdx; \\ du = 2xdx; & v = \frac{\sin 2x}{2}; \end{Bmatrix} = \frac{x^2 \sin 2x}{2}\Bigg|_{-\pi/4}^{\pi/4} - \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x\sin 2xdx = \begin{Bmatrix} u = x; & \sin 2xdx = dv; \\ du = dx; & v = -\frac{\cos 2x}{2}; \end{Bmatrix} = \frac{\pi}{1}$$

$$+ \frac{x\cos 2x}{2}\Bigg|_{-\pi/4}^{\pi/4} - \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\cos 2x}{2} dx = \frac{\pi^2}{16} - \frac{\sin 2x}{4}\Bigg|_{-\pi/4}^{\pi/4} = \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{2} = 0{,}1163.$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 0{,}1163 - 0 = 0{,}1163.$$

$\sigma(X) = \sqrt{0{,}1163} \approx 0{,}34.$

16	Математическое ожидание случайной величины равно: $M(X) = 0 \cdot 0{,}0625 + 1 \cdot 0{,}375 + 2 \cdot 0{,}5625 = 1{,}5$.
17	Выбор каждого из 1000 изделий можно считать независимым испытанием, в котором вероятность появления изделия первого сорта одинакова и равна p = 0,96. Таким образом, закон распределения может считаться биноминальным. $m_x = pn = 1000 \cdot 0{,}96 = 960;$ $D_x = npq = 1000 \cdot 0{,}96 \cdot 0{,}04 = 38{,}4;$
18	Т.к. случайная величина X распределена по биноминальному закону, то $M(X) = np = 2p = 0{,}9; \quad \Rightarrow \quad p = 0{,}45;$ $D(X) = npq = 2p(1-p) = 2 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}55 = 0{,}495.$
19	По формуле дисперсии биноминального закона получаем: $D(X) = npq = 3p(1-p) = 0{,}63;$ $3p^2 - 3p + 0{,}63 = 0$ $p^2 - p + 0{,}21 = 0;$ $p_1 = 0{,}7; \quad p_2 = 0{,}3;$
20	Принимая за случайную величину число отказавших приборов, видим, что эта случайная величина может принимать значения 0, 1, 2, 3 или 4. Для составления закона распределения этой случайной величины необходимо определить соответствующие вероятности. Примем $q_i = 1 - p_i$. 1) Не отказал ни один прибор. $p(0) = q_1 q_2 q_3 q_4 = 0{,}7 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}084.$ 2) Отказал один из приборов. $p(1) = p_1 q_2 q_3 q_4 + q_1 p_2 q_3 q_4 + q_1 q_2 p_3 q_4 + q_1 q_2 q_3 p_4 = 0{,}302.$ 3) Отказали два прибора. $p(2) = p_1 p_2 q_3 q_4 + p_1 q_2 p_3 q_4 + p_1 q_2 q_3 p_4 + q_1 p_2 p_3 q_4 + q_1 p_2 q_3 p_4 + q_1 q_2 p_3 p_4 = 0{,}38.$ 4) Отказали три прибора. $p(3) = p_1 p_2 p_3 q_4 + p_1 p_2 q_3 p_4 + p_1 q_2 p_3 p_4 + q_1 p_2 p_3 p_4 = 0{,}198.$ 5) Отказали все приборы. $p(4) = p_1 p_2 p_3 p_4 = 0{,}036.$ Получаем закон распределения: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>x^2</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td></tr><tr><td>p</td><td>0,084</td><td>0,302</td><td>0,38</td><td>0,198</td><td>0,036</td></tr></table> Математическое ожидание: $M(X) = 0{,}302 + 2 \cdot 0{,}38 + 3 \cdot 0{,}198 + 4 \cdot 0{,}036 = 1{,}8.$ $M(X^2) = 0{,}302 + 4 \cdot 0{,}38 + 9 \cdot 0{,}198 + 16 \cdot 0{,}036 = 4{,}18.$ Дисперсия: $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 4{,}18 - 3{,}24 = 0{,}94.$
21	Вероятности пяти попаданий из пяти возможных, четырех из пяти и трех из пяти были найдены выше по формуле Бернулли и равны соответственно: $P_5(5) = 0{,}01024, \quad P_5(4) = 0{,}0768, \quad P_5(3) = 0{,}2304$ Аналогично найдем:

$$P_5(2) = \frac{5!}{2!\cdot 3!}0,4^2 \cdot 0,6^3 = 0,3456$$

$$P_5(1) = \frac{5!}{1!\cdot 4!}0,4^1 \cdot 0,6^4 = 0,2592$$

$$P_5(0) = \frac{5!}{0!\cdot 5!}0,4^0 \cdot 0,6^5 = 0,6^5 = 0,0778$$

Тогда закон распределения имеет вид:

X	0	1	2	3	4	6
P	0,0778	0,2592	0,3456	0,2304	0,0768	0,01024

22 Второй локомотив не потребуется, если отклонение массы состава от ожидаемого (100·65 = 6500) не превосходит 6600 – 6500 = 100 т.

Т.к. масса каждого вагона имеет нормальное распределение, то и масса всего состава тоже будет распределена нормально.

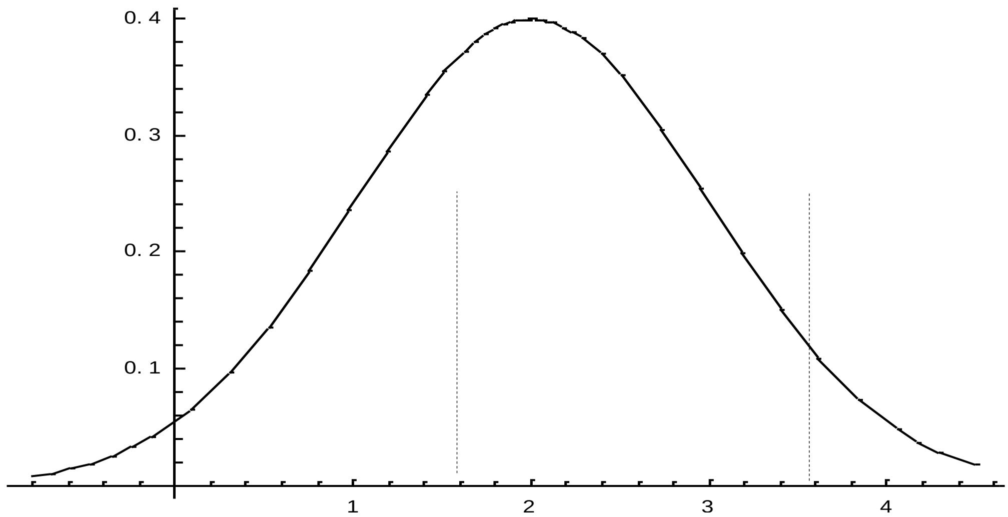
Получаем:

$$P(|X - M(X)| < 100 = 2\overline{\Phi}\left[\frac{100}{100\sigma}\right] = 2\overline{\Phi}[1,111] = 2\cdot 0,3665 = 0,733.$$

23 Плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-2)^2}{2}};$$

Построим график:



Найдем вероятность попадания случайной величины в интервал (1; 3).

$$P(1 < X < 3) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{\alpha}^{\beta} e^{-t^2}dt = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{3-2}{\sqrt{2}}\right) - \Phi\left(\frac{1-2}{\sqrt{2}}\right)\right] = \frac{1}{2}[\Phi(0,7071) + \Phi(0,7071)] = 0,6778.$$

Найдем вероятность отклонение случайной величины от математического ожидания на величину, не большую чем 2.

$$P(|X - 2| < 2) = \Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma\sqrt{2}}\right) = \Phi\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) = \Phi(\sqrt{2}) \approx 0,95.$$

Тот же результат может быть получен с использованием нормированной функции Лапласа.

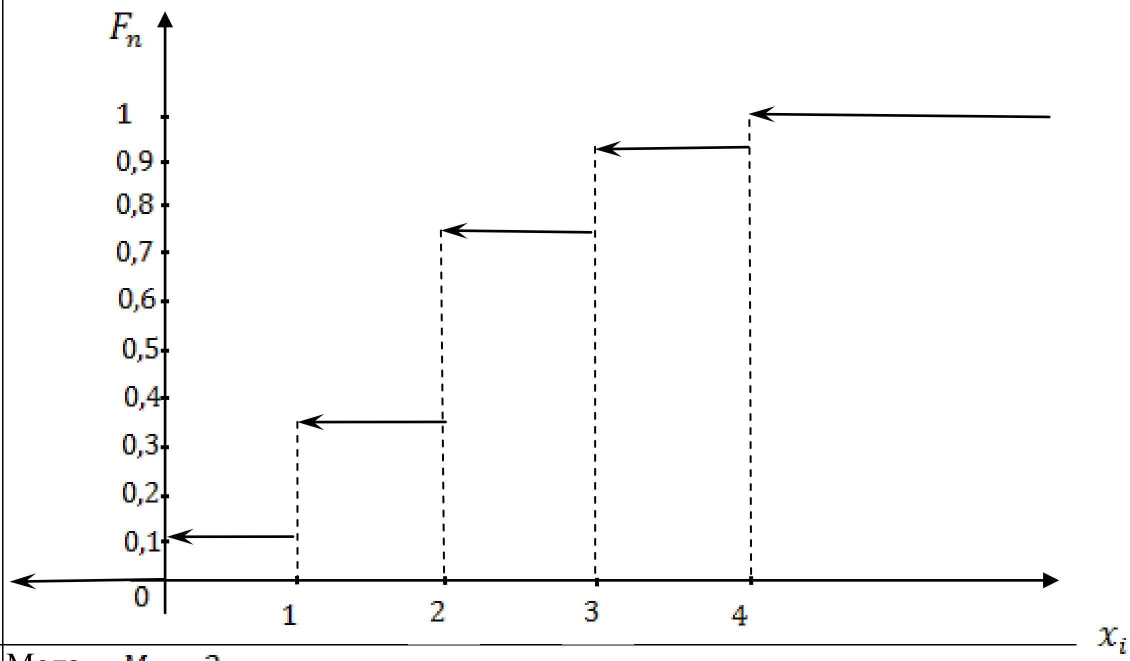
<table>
<tr><td></td><td>$$P(|X-2|<2)=2\overline{\Phi}\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)=2\overline{\Phi}(2)=2\cdot 0{,}4772\approx 0{,}95.$$</td></tr>
<tr><td>24</td><td>Всего испытаний по схеме Бернулли n = 100. Кроме того, p = 0,512, q = 1 – p = 0,488.
Поскольку n = 100 –это достаточно большое число, будем работать по Локальной теореме Муавра – Лапласа. Заметим, что $npq\ \approx 25>20$. Имеем:
$$P_{100}(51)\approx\frac{1}{\sqrt{25}}\cdot\varphi\left(\frac{51-51{,}2)}{\sqrt{25}}\right)=\frac{1}{5}\cdot\varphi(0{,}04)=0{,}07972$$
Поскольку мы округляли значение npq до целого числа, ответ тоже можно округлить:0,07972 ≈ 0,08. Учитывать остальные цифры просто нет смысла.</td></tr>
<tr><td>25</td><td>Для того, чтобы воспользоваться теоремой Муавра - Лапласа найдем математическое ожидание и дисперсию количества бракованных деталей в 50 отобранных:
$$m_x=np=50\cdot 0{,}2=10$$
$$D_x=npq=50\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8=8$$
Фактически в задаче требуется определить вероятность того, что бракованных деталей будет не менее шести, но и, очевидно, не более 50-ти.
$$P(6\le X\le 50)=\left(\Phi\left(\frac{50-10}{\sqrt{16}}\right)-\Phi\left(\frac{6-10}{\sqrt{16}}\right)\right)=(\Phi(10)+\Phi(1))=(0{,}5+0{,}3413)=0{,}8413$$
Значения функции Лапласа находятся по таблице. Конечно, значения функции Лапласа Ф(10) в таблице нет, но т.к. в таблицах указано, что Ф(5)=0,4999, то все значения от величин, превышающих 5 также приближенно равны 0,5.</td></tr>
<tr><td>26</td><td>Объем генеральной совокупности $N=2000$, а объем выборки $n=100$.</td></tr>
<tr><td>27</td><td>Условия репрезентативности выборки:
1) части выборки должны быть пропорциональны частям генеральной совокупности;
2) выборка должна наглядно демонстрировать все особенности изучаемого признака;
3) выборка должна быть достаточно объемной;
4) случайный отбор выборки.</td></tr>
<tr><td>28</td><td>В распределении 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28 медианой будет центральная варианта, $M_в=20$, т.к. по обе стороны от нее отстоит по 4 варианты.</td></tr>
<tr><td>29</td><td>Для ряда с четным числом членов 6 8 10 12 14 16 18 20 медианой будет полусумма его центральных членов ($M_в=\frac{12+14}{2}=13$).</td></tr>
<tr><td>30</td><td>Вариационный ряд: 00111112222222233334.
Статистический ряд:
<table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>n_i</td><td>2</td><td>5</td><td>8</td><td>4</td><td>1</td></tr></table>$\sum n_i=n$. Действительно, $\sum n_i=20$.</td></tr>
<tr><td>31</td><td>Найдем эмпирическую функцию распределения $F_n(x)$ для приведенного выше примера:
$$x\le 0,\ F_n(x)=\frac{0}{20}=0;\ x<1,\ F_n(x)=\frac{6}{20}=0{,}3;$$
$$x<2,\ F_n(x)=\frac{11}{20}=0{,}55;\ x<3,\ F_n(x)=\frac{15}{20}=0{,}75;$$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>

$$x < 4,\ F_n(x) = \frac{15}{20} = 0{,}95;\ x > 4,\ F_n(x) = \frac{20}{20} = 1;$$

Аналитически её можно записать следующим образом:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \leq 0, \\ 0{,}1 \text{ при } 0 < x \leq 1, \\ 0{,}35 \text{ при } 1 < x \leq 2, \\ 0{,}75 \text{ при } 2 < x \leq 3, \\ 0{,}95 \text{ при } 0 < x \leq 4, \\ 1 \text{ при } x > 4. \end{cases}$$



</td></tr>
<tr><td>32</td><td>

Мода $- M_o = 2$

Медиана – $M_в = \frac{2+2}{2} = 2$

Выборочная средняя –

$$\bar{x}_в = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{1}{20}(0 \cdot 2 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 1) = 1{,}85$$

</td></tr>
<tr><td>33</td><td>

Выборочная дисперсия –

$$S_в^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x}_в)^2 \cdot n_i =$$

$$= \frac{(0-1{,}85)^2 \cdot 2 + (1-1{,}85)^2 \cdot 5 + (2-1{,}85)^2 \cdot 8 + (3-1{,}85)^2 \cdot 4 + (4-1{,}85)^2}{20}$$

$$= 0{,}735.$$

</td></tr>
<tr><td>34</td><td>

Среднее квадратическое отклонение – $S_в = \sqrt{S_в^2} = \sqrt{1{,}5} = 1{,}2$

</td></tr>
<tr><td>35</td><td>

Коэффициент вариации –

$CV = \frac{S_в}{\bar{x}_в} \cdot 100\% = \frac{1{,}2}{1{,}45} \cdot 100\% \approx 83\%$. Разброс большой.

</td></tr>
<tr><td>36</td><td>

Вариационный размах – $R = x_{max} - x_{min} = 4 - 0 = 4.$

</td></tr>
<tr><td>37</td><td>

<table>
<tr><td>n</td><td>30–50</td><td>50–100</td><td>100–400</td><td>400–1000</td><td>1000–2000</td></tr>
<tr><td>число интервалов</td><td>4–6</td><td>6–8</td><td>8–9</td><td>9–11</td><td>11–12</td></tr>
</table>

</td></tr>
</table>

38	Представим данные в виде вариационного ряда: 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8. Выборочное среднее и исправленная выборочная дисперсия равны: $\bar{x}=\frac{1}{8}(1+1+2+3+4+5+6+8)=3{,}75;$ $S^2=\frac{1}{8-1}\left(1^2+1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+8^2-8\cdot 3.75^2\right)\approx 6{,}214.$ Все элементы входят в выборку по одному разу, кроме 1, следовательно, мода $\tilde{d}_X=1$. Так как n = 8, то медиана $\tilde{h}_X=\frac{1}{2}(3+4)=3{,}5.$
39	Состоятельная и несмещенная оценка: $\bar{x}_в=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}x_i n_i=\frac{1}{30}(2\cdot 8+4\cdot 9+5\cdot 10+6\cdot 3)=3{,}9$ Несмещенная оценка: $S_в^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}(x_i-\bar{x}_в)^2\cdot n_i$ $=\frac{(2-3{,}9)^2\cdot 8+(4-3{,}9)^2\cdot 9+(5-3{,}9)^2\cdot 10+(6-3{,}9)^2\cdot 3}{30-1}=1,$ Эффективная оценка: $S=\sqrt{S^2}=\sqrt{1{,}9}=1{,}4$
40	Представим данные в виде вариационного ряда: 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8. Так как n = 8, то выборочное среднее и исправленная выборочная дисперсия равны $\bar{x}=\frac{1}{8}(1+1+2+3+4+5+6+8)=3{,}75.$ $S^2=\frac{1}{8-1}\left(1^2+1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+8^2-8\cdot 3{,}75^2\right)\approx 6{,}214.$ Стандартное отклонение $S=\sqrt{S^2}=2{,}493$. По Приложениям находим: $t_{1-0{,}05/2}(8-1)=t_{0{,}975}(7)=2{,}365$, $\chi^2_{1-0{,}05/2}(8-1)=16{,}0;\ \chi^2_{0{,}05/2}(8-1)=1{,}69.$ Получаем доверительный интервал для математического ожидания $\left(3{,}75-\frac{2{,}493\cdot 2{,}365}{\sqrt{8}};\quad 3{,}75+\frac{2{,}493\cdot 2{,}365}{\sqrt{8}}\right)$ или $(1{,}665;\quad 5{,}835)$.
41	Доверительный интервал для дисперсии $\left(\frac{7\cdot 6{,}214}{16};\quad \frac{7\cdot 6{,}214}{2{,}365}\right)$ или $(2{,}719;\quad 18{,}392)$.
42	Доверительный интервал находится из неравенства: $\bar{x}_в-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}<a<\bar{x}_в+\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$, где $\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}=\delta$ - точность оценки, t - значение аргумента, при котором функция Лапласа $\Phi(t)=\frac{\gamma}{2}$, где γ - надежность интервальной оценки. 1. Найдем $\frac{\gamma}{2}=\frac{0{,}95}{2}=0{,}475$. 2. По таблице приложения найдем значение аргумента, при котором функция Лапласа $\Phi(t)=\frac{\gamma}{2}$. $\Phi(t)=\frac{\gamma}{2}=0{,}475$ при аргументе $t=1{,}96$.

	3. Подставим полученные данные $t=1{,}96$, $n=25$, $\bar{x}_в=14$, $\sigma=5$ и $\gamma=0{,}95$ в формулу: $\bar{x}_в-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}<a<\bar{x}_в+\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$. Получаем $14-\frac{1{,}96*5}{\sqrt{25}}<a<14+\frac{1{,}96*5}{\sqrt{25}}$. Вычисляем $12{,}04<a<15{,}96$.
43	Нам не известно *генеральное среднее квадратичное отклонение*. В данном случае интервальной оценкой математического ожидания $a=M(x)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности по выборочной средней и небольшом объеме выборки ($n<30$) служит доверительный интервал: $\bar{x}_в-\frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}<a<\bar{x}_в+\frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}$, где γ - надежность, s - «исправленное» среднее квадратичное отклонение, n - объем выборки. Значение t_γ находится по таблице приложения по заданным n и γ. 1. Найдем t_γ по таблице приложения по $\gamma=0{,}999$ и $n=16$. Получаем $t_\gamma=4{,}07$. 2. Подставляем $t_\gamma=4{,}07$, $\bar{x}_в=42{,}8$, $n=16$ и $s=8$ в формулу: $\bar{x}_в-\frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}<a<\bar{x}_в+\frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}$, $42{,}8-\frac{4{,}07*8}{\sqrt{16}}<a<42{,}8+\frac{4{,}07*8}{\sqrt{16}}$. Получаем: $34{,}66<a<50{,}94$.
44	<u>Первый этап.</u> Объемы выборок равны n = 14; m = 12. Вычисляем выборочные средние и дисперсии. $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1+x_2+\ldots+x_n)$; $\bar{x} = \frac{1}{14}(23+25+23+22+23+24+28+16+18+23+29+26+31+19) = 23{,}5$; $S_x^2 = \frac{1}{n-1}(x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2-n\cdot(\bar{x})^2)$, $S_x^2 = \frac{1}{14-1}(23^2+25^2+23^2+22^2+23^2+24^2+28^2+16^2+18^2+23^2+29^2+26^2+31^2+19^2-14(23{,}5)^2) = 20{,}96$, $\bar{y} = \frac{1}{n}(y_1+y_2+\ldots+y_m)$, $\bar{y} = \frac{1}{12}(6+27+29+24+17+24+30+33+23+26+20+34) = 25{,}2$, $S_y^2 = \frac{1}{n-1}(y_1^2+y_2^2+\ldots+y_m^2-m\cdot(\bar{y})^2)$, $S_y^2 = \frac{1}{12-1}(16^2+27^2+29^2+24^2+17^2+24^2+30^2+33^2+23^2+26^2+20^2+34^2-12(25{,}2)^2) = 36{,}04$. <u>Второй этап.</u> Проверяем, можно ли считать средние равными: $F = \frac{\max(S_x^2;S_y^2)}{\min(S_x^2;S_y^2)} = \frac{36{,}04}{20{,}96} = 1{,}7$, По табл. находим $F_{кр} = F(11;13) = 2{,}65$. Видно, что $F < F_{кр}$ (т.к. 1,7 < 2,65), то есть дисперсии можно считать равными. <u>Третий этап.</u> Вычисляем статистику критерия:

$$t=\frac{|\bar{x}-\bar{y}|}{\sqrt{\frac{S_x^2(n-1)+S_y^2(m-1)}{n+m-2}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}=$$

$$=\frac{|23{,}5-25{,}2|}{\sqrt{\frac{20{,}96(14-1)+36{,}04(12-1)}{14+12-2}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{14}+\frac{1}{12}}}=0{,}838\ .$$

По табл. Стьюдента находим критическое значение критерия:

$$t_{кр}=t_{1-\alpha}\,(n+m-2)=t_{0,95}(24)=1{,}711$$

Видно, что $t < t_{кр}$ (т.к. 0,838 < 1,711), следовательно для выборок средние показатели различаются и можно говорить, что для данных выборок показатели агрессивности у мужчин и женщин можно считать статистически равными, а предположение о том, что агрессивность в среднем у мужчин и женщин в данных группах различна отвергается по выборочным данным.

45

Используем критерий знаков. Присвоим каждой паре значений обоих выборок знаки по следующему правилу:

если $x_i > y_i$ знак «+»,
если $x_i < y_i$ знак «-»,
если $x_i = y_i$ знак «0».

x_i	73	76	77	76	76	75	74	72	75	79	76	78	71	75
y_i	70	71	83	76	79	71	74	66	80	81	78	69	73	85
Знаки	+	+	-	0	-	+	0	+	-	-	-	+	-	-

l = 12 (число ненулевых разностей);

r = 5 (число разностей со знаком «+»);

доверительная вероятность p=0,95, следовательно уровень значимости α=1-0,95=0,05.

Так как предполагается, что средний показатель второй выборки выше, чем средний показатель у первой, то вычисляется левая часть неравенства по формуле:

$$F=\frac{l-r}{r+1}=\frac{12-5}{5+1}=1{,}17\ .$$

Правая часть этого неравенства вычисляется по таблице:

$$F_{kr}=F_{1-\alpha}\big(2(r+1),\ 2(l-r)\big)=F_{0,95}(12{,}14)=2{,}55\ ,$$

Видно, что $F < F_{kr}$, то есть можно считать, что средние показатели для выборок из обеих групп статистически не различаются, т.е. методика не привела к увеличению уровня внимательности.

46

Решим теперь выше приведенную задачу используя ранговый критерий Вилкоксона. Для этого объединим обе выборки в один вариационный ряд, расположив элементы обоих выборок по возрастанию значений. При этом будем подчеркивать элементы второй выборки. Над элементами укажем их ранги:

$$\overset{1,5}{\underline{16}}\ \overset{1,5}{16}\ \overset{3}{17}\ \overset{4}{\underline{18}}\ \overset{5}{\underline{19}}\ \overset{6}{20}\ \overset{7}{\underline{22}}\ \overset{10}{\underline{23}}\ \overset{10}{\underline{23}}\ \overset{10}{\underline{23}}\ \overset{10}{\underline{23}}\ \overset{10}{23}\ \overset{14}{24}\ \overset{14}{24}\ \overset{14}{\underline{24}}\ \overset{16}{\underline{25}}\ \overset{17,5}{26}\ \overset{17,5}{\underline{26}}\ \overset{19}{27}\ \overset{20}{\underline{28}}\ \overset{21,5}{\underline{29}}\ \overset{21,5}{29}$$

$$\overset{23}{30}\ \overset{24}{\underline{31}}\ \overset{25}{33}\ \overset{26}{34}$$

Вычисляем суммы рангов обеих выборок и их статистики:

$$R_1 = 1{,}5+4+5+7+10+10+10+10+14+16+17{,}5+20+21{,}5+24 = 170{,}5\ ,$$

$$R_2 = 1{,}5+3+6+10+14+14+17{,}5+19+21{,}5+23+25+26 = 180{,}5\ ,$$

$$\omega_1=14\cdot 12+14\left(\frac{14+1}{2}\right)-170{,}5=102{,}5\ ,$$

	$$\omega_2 = 14\cdot 12 + 12\left(\frac{12+1}{2}\right) - 180{,}5 = 65{,}5.$$ Проверка: $$\omega_1 + \omega_2 = n_1 \cdot n_2,\ 168 = 168 \ \text{- верно.}$$ $$W = \min(\omega_1;\omega_2) = \omega_2 = 65{,}5.$$ Из таблицы находим критическое значение критерия для $n = 14,\ m = 12: W_{kr} = 51$. Видно, что $W > W_{kr}$, следовательно исследуемый показатель в обеих группах можно считать статистически одинаковым, значит предположение о том, что производительность в данных группах различна отвергается.

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей

Задание № 1

Какова вероятность появления четного числа очков (событие А) при одном бросании игрального кубика?

Задание № 2

Стрелок производит один выстрел по мишени. Вероятность выбить 10 очков (событие А), 9 очков (событие В) и 8 очков (событие С) равны соответственно 0,11; 0,23; 0,17. Найти вероятность того, что при одном выстреле стрелок выбьет менее 8 очков (событие D)

Задание № 3

Из урны, в которой 5 белых и 10 черных шаров, вынимают подряд два шара. Найти вероятность того, что оба шара белые (событие A).

Задание № 4

Два спортсмена независимо друг от друга стреляют по одной мишени. Вероятность попадания в мишень первого спортсмена равна 0,7, а второго – 0,8. Какова вероятность того, что мишень будет поражена?

Задание № 5

В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найти вероятность того, что два учебника окажутся в переплете.

Задание № 6

Найти вероятность того, что при 10-кратном бросании монеты герб выпадет ровно 5 раз.

Задание № 7

Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы, равна p=0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

Тема 2. Случайные величины и случайные вектора

Задание № 8

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей

$$F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x\le 2\\ (x-2)^2, & при \quad 2\le x\le 3;\\ 1, & при \quad x>3\end{cases}$$

Найти вероятность попадания СВ X в интервалы (1;2,5), (2,5;3,5).

Задание № 9

Средняя продолжительность срока реализации товара (в часах) имеет следующую плотность распределения:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{100}{x^2}, & \text{если } x>100,\\ 0, & \text{если } x\le 100.\end{cases}$$

Вычислить вероятность того, что товар будет реализован позднее 200 часов и в то же время не позднее 300 часов.

Задание № 10

Случайная величина подчинена закону распределения с плотностью:

$$f(x)=\begin{cases}a\sin x, & при \quad 0\le x\le \pi\\ 0, & при \quad x<0 \quad или \quad x>\pi\end{cases}$$

Требуется найти коэффициент *a*.

Задание № 11

Задана непрерывная случайная величина *x* своей функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x<-\dfrac{\pi}{4}\\ \dfrac{\sin 2x+1}{2}, & при \quad -\dfrac{\pi}{4}\le x\le \dfrac{\pi}{4};\\ 1, & при \quad x>\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$$

Найти функцию плотности распределения.

Задание № 12

Задан закон распределения дискретной двумерной случайной величины (X, Y).

X / Y	1	2
-1	0,1	0,1
0	0,25	0,05
1	0,3	0
2	0,15	0,05

Найти закон распределения для случайных величин X и Y.

Задание № 13

Двумерная дискретная случайная величина (X, Y) задана законом распределения вероятностей:

Y \ X	$x_1 = -1$	$x_2 = 0$	$x_3 = 2$
$y_1 = 3$	0,25	0,05	0,10
$y_2 = 6$	0,15	0,20	0,25

Найти условный закон распределения вероятностей составляющей X при условии, что составляющая Y приняла значение $y_1 = 3$.

Задание № 14

Дана случайная величина X

x_i	-2	1	2
p_i	0,5	0,3	0,2

Найти закон распределения случайных величин:

a) $Y = 3X$;

b) $Z = X^2$.

Тема 3. Характеристики распределений случайных величин и случайных векторов

Задание № 15

Задана непрерывная случайная величина *x* своей функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & при \quad x < -\dfrac{\pi}{4} \\ \dfrac{\sin 2x + 1}{2}, & при \quad -\dfrac{\pi}{4} \le x \le \dfrac{\pi}{4}; \\ 1, & при \quad x > \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$$

Найти функцию плотности распределения и числовые характеристики.

Задание № 16

Закон распределения случайной величины имеет вид:

X	0	1	2
p	0,0625	0,375	0,5625

Найти математическое ожидание.

Задание № 17

Завод выпускает 96% изделий первого сорта и 4% изделий второго сорта. Наугад выбирают 1000 изделий. Пусть X – число изделий первого сорта в данной выборке. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

Задание № 18

Найти дисперсию дискретной случайной величины X – числа появлений события А в двух независимых испытаниях, если вероятности появления этого события в каждом испытании равны и известно, что M(X) = 0,9.

Задание № 19

Производятся независимые испытания с одинаковой вероятностью появления события А в каждом испытании. Найти вероятность появления события А, если дисперсия числа появлений события в трех независимых испытаниях равна 0,63.

Задание № 20

Испытывается устройство, состоящее из четырех независимо работающих приборов. Вероятности отказа каждого из приборов равны соответственно $p_1=0,3;\ p_2=0,4;\ p_3=0,5;\ p_4=0,6$. Найти математическое ожидание и дисперсию числа отказавших приборов.

Тема 4. Основные законы распределений случайных величин

Задание № 21

По цели производится 5 выстрелов. Вероятность попадания для каждого выстрела равна 0,4. Найти вероятности числа попаданий и построить многоугольник распределения.

Задание № 22

Поезд состоит из 100 вагонов. Масса каждого вагона – случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожидание a = 65 т и средним квадратичным отклонением σ = 0,9 т. Локомотив может везти состав массой не более 6600 т, в противном случае необходимо прицеплять второй локомотив. Найти вероятность того, что второй локомотив не потребуется.

Задание № 23

Нормально распределенная случайная величина X задана своими параметрами – $a = 2$ – математическое ожидание и $\sigma = 1$ – среднее квадратическое отклонение. Требуется написать плотность вероятности и построить ее график, найти вероятность того, X примет значение из интервала (1; 3), найти вероятность того, что X отклонится (по модулю) от математического ожидания не более чем на 2.

Тема 5. Предельные теоремы (Закон больших чисел и центральная предельная теорема)

Задание № 24

Вероятность рождения мальчика равна 0,512. Найдите вероятность того, что среди 100 новорожденных будет ровно 51 мальчик.

Задание № 25

Вероятность того, что наудачу выбранная деталь окажется бракованной, при каждой проверке одна и та же и равна 0,2. Определить вероятность того, что среди 50 наугад выбранных деталей, бракованных окажется не менее 6.

Тема 6. Основные понятия математической статистики

Задание № 26

Из 2000 изделий отобрано для обследования 100 изделий. Определить объем генеральной совокупности и объем выборки.

Задание № 27

Перечислите условия репрезентативности выборки.

Задание № 28

Найти медиану распределения 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28.

Задание № 29

Найти медиану распределения 6 8 10 12 14 16 18 20.

Задание № 30

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Требуется составить вариационный и статистический ряды.

Задание № 31

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Требуется найти эмпирическую функцию распределения.

Задание № 32

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Найти характеристики: среднее, моду, медиану.

Задание № 33

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Найти выборочную дисперсию.

Задание № 34

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Найти среднее квадратическое отклонение.

Задание № 35

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Найти коэффициент вариации.

Задание № 36

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Найти вариационный размах.

Тема 7. Статистическое оценивание параметров распределений

Задание № 37

Как примерно можно определить число интервалов в интервальном ряду.

Задание № 38

Определить оценки среднего, дисперсии, моды и медианы для выборки 5, 6, 8, 2, 3, 1, 1, 4.

Задание № 39

Найдите состоятельную, несмещенную, смещенную и эффективную оценки, если совокупность задана таблицей распределения:

x_i	2	4	5	6
n_i	8	9	10	3

Тема 8. Доверительные интервалы

Задание № 40

Дана выборка 5, 6, 8, 2, 3, 1, 1, 4. Записать данные в виде вариационного ряда. Определить оценки среднего, дисперсии, и стандартного отклонения а также построить доверительные интервалы для среднего при α=0,05.

Задание № 41

Дана выборка 5, 6, 8, 2, 3, 1, 1, 4. Записать данные в виде вариационного ряда. Построить доверительные интервалы для дисперсии при α=0,05.

Задание № 42

Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания $a = M(x)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратичное отклонение $\sigma = 5$, выборочная средняя $\bar{x}_в = 14$ и объем выборки $n = 25$.

Задание № 43

Произведено с одинаковой точностью шестнадцать независимых измерений скорости реакции. Вычислено среднее арифметическое $\bar{x}_в = 42{,}8$ и «исправленное» среднее квадратичное отклонение $s = 8$.
Оценить истинное значение измеряемого признака (скорости реакции) с надежностью $\gamma = 0{,}999$.

Тема 9. Проверка гипотез

Задание № 44

Произведены две выборки урожая пшеницы: при своевременной уборке урожая и уборке с некоторым опозданием. В первом случае измерялась урожайность 14 участков; во втором – 12 участков. Значения урожайности (ц/га) приведены в таблице. На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.выяснить влияние своевременности уборки урожая на среднее значение урожайности. Использовать параметрический критерий Стьюдента.

Урожайность при своевременной уборке урожая													
23	25	23	22	23	24	28	16	18	23	29	26	31	19

Урожайность при уборке с некоторым опозданием											
16	27	29	24	17	24	30	33	23	26	20	34

Задание № 45

Технолог разработал новую технологию, позволяющую, по его мнению, увеличить производительность оборудования. Для проверки этого предположения были измерены показатели 14 оборудований до *x* и после *y* внедрения технологии. Можно ли с вероятностью 0,95 говорить о том, что разработанная технология действительно приводит к увеличению производительности, используя критерий знаков.

	73	76	77	76	76	75	74	72	75	79	76	78	71	75
	70	71	83	76	79	71	74	66	80	81	78	69	73	85

Задание № 46

Произведены две выборки урожая пшеницы: при своевременной уборке урожая и уборке с некоторым опозданием. В первом случае измерялась урожайность 14 участков; во втором – 12 участков. Значения урожайности (ц/га) приведены в таблице. На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.выяснить влияние своевременности уборки урожая на среднее значение урожайности. Использовать параметрический критерий Вилкоксона.

Урожайность при своевременной уборке урожая													
23	25	23	22	23	24	28	16	18	23	29	26	31	19

Урожайность при уборке с некоторым опозданием											
16	27	29	24	17	24	30	33	23	26	20	34

2 ЭТАП – Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины

3.3. «Вопросы для проведения экзамена»:

1. Случайные события: событие, виды случайных событий.
2. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности событий.
3. Основные формулы комбинаторики. Перестановка, размещение, сочетание.
4. Сумма и произведение событий.
5. Теорема сложения вероятностей. Полная группа событий. Противоположные события.
6. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
7. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
8. Независимые события. Формула Бернулли.
9. Случайная величина. Дискретная случайная величина. Закон и функция распределения дискретной случайной величины, ее свойства.
10. Биномиальное распределение.
11. Распределение Пуассона.
12. Числовые характеристики дискретных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Их свойства.
13. Случайная величина. Непрерывная случайная величина. Закон и функция распределения непрерывной случайной величины.
14. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства
15. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
16. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Правило трех сигм.
17. Мода, медиана, асимметрия и эксцесс распределения.
18. Экспоненциальное распределение и его характеристики.
19. Равномерное распределение.
20. Неравенство и теорема Чебышева.
21. Неравенство и теорема Бернулли.
22. Центральная предельная теорема.
23. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
24. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
25. Законы распределения двумерной случайной величины. Функция и закон распределения.
26. Условные законы распределения. Закон распределения суммы СВ.

27. Числовые характеристики двумерной случайной величины.
28. Выборочная и генеральная совокупность. Дискретный статистический ряд. Понятие вариационного ряда.
29. Полигон, кумулята. Характеристики выборочной совокупности. Характеристики положения.
30. Характеристики выборочной совокупности. Характеристики рассеяния.
31. Интервальные статистические ряды. Гистограмма, ее свойства. Как найти моду и медиану.
32. Доверительная вероятность, доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания и дисперсии нормального распределения.
33. Виды выборок.
34. Эмпирическая функция распределения
35. Свойства статистических оценок: несмещенные, состоятельные и эффективные оценки.
36. Начальные и центральные моменты. Коэффициент асимметрии и эксцесс.
37. Общие понятия: статистическая гипотеза, нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы, ошибки первого и второго рода, критическая область, область принятия гипотезы, критические точки. Выбор критической области.
38. Проверка гипотезы о величине средней. Критерий Стьюдента.
39. Критерий Вилкоксона.
40. Критерий знаков.
41. Уравнение регрессии.
42. Коэффициент Пирсона.
43. Коэффициент Спирмена.

Задания закрытого типа (Тестовые задания)

Общие критерии оценивания

№ п/п	Процент правильных ответов	Оценка
1	86 % – 100 %	5 («отлично»)
2	70 % – 85 %	4 («хорошо)
3	51 % – 69 %	3 (удовлетворительно)
4	50 % и менее	2 (неудовлетворительно)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-3	16	ОК-3

2	ОПК-2	17	ОПК-2
3	ОПК-3	18	ОПК-3
4	ОК-3	19	ОК-3
5	ОПК-2	20	ОПК-2
6	ОПК-3	21	ОПК-3
7	ОК-3	22	ОК-3
8	ОПК-2	23	ОПК-2
9	ОПК-3	24	ОПК-3
10	ОК-3	25	ОК-3
11	ОПК-2	26	ОПК-2
12	ОПК-3	27	ОПК-3
13	ОК-3	28	ОК-3
14	ОПК-2	29	ОПК-2
15	ОПК-3	30	ОПК-3

Ключ ответов

Тема 1. № вопроса	Верный ответ	Тема 1. № вопроса	Верный ответ	Тема 2. № вопроса	Верный ответ	Тема 3. № вопроса	Верный ответ
1	1–В; 2–А; 3–Г; 4–Б.	4	4	7	3	10	1
2	1	5	3	8	2	11	3
3	1,2	6	2	9	1	12	2

Ключ ответов

Тема 4. № вопроса	Верный ответ	Тема 5. № вопроса	Верный ответ	Тема 6. № вопроса	Верный ответ	Тема 7. № вопроса	Верный ответ
13	1,4	16	1–Б; 2–В; 3–Г; 4–А.	19	1	22	3
14	4	17	4	20	2	23	1
15	3	18	2	21	1	24	1–Б; 2–А; 3–Г; 4–В.

Ключ ответов

Тема 8. № вопроса	Верный ответ	Тема 9. № вопроса	Верный ответ
25	3	28	6,2,4,3,1,5
26	2	29	1,2
27	4	30	1,3,5,2,4

Задание № 1

Установите соответствие между видами событий и их понятиями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Противоположное	А	если оно обязательно произойдет в результате данного испытания.
2	Достоверное	Б	если оно не может произойти в результате данного испытания.
3	Случайное	В	несовместное событие, образующее полную группу событий с данным событием в данном испытании.
4	Невозможное	Г	которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания (опыта).

Задание № 2

Стрелок делает три выстрела по мишени. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,85 при втором 0,8 при третьем 0,75. Какова вероятность, что мишень будет поражен хотя бы два раза?

1. 0,8975;
2. 0,95;
3. 0,5;
4. 0,9.

Задание № 3

1. 0,284;
2. $p_1q_2q_3+q_1p_2q_3+q_1q_2p_3$;
3. 0;
4. 1.

Задание № 4

Победитель соревнования награждается: призом (событие 1), денежной премией (события 3), медалью (событие С). Что представляет собой событие А+В?

1. Награждение победителя отменяется;
2. Награждение победителя и премией, и призом, и медалью;

3. Награждение победителя премией и медалью;
4. Награждение победителя или призом, или премией, или и тем, и другим.

Задание № 5

Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих анализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор 0,95 второй – 0,9. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один анализатор:

1. 0;
2. 0,5;
3. 0,14;
4. 1.

Задание № 6

Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть две партии из 4^x или три из шести? Какие формулы применяются для решения этой задачи?

1. Формула Байеса;
2. Формула Бернулли;
3. Формула полной вероятности;
4. Формула Пуассона.

Задание № 7

Закон распределения дискретной СВ имеет вид:

x_i	3	6	7	8
p_i	0,1	0,3	0,25	P_4

Значение P_4 равно…

1. 0,15;
2. 0,4;
3. 0,35;
4. 0,25.

Задание № 8

Дискретная случайная величина задана законом функцией распределения вероятностей:

$$F(x)=\begin{cases}0, если x \le 1,\\ 0{,}12, если 1 \prec x \le 3,\\ 0{,}35, если 3 \prec x \le 5,\\ 0{,}73, если 5 \prec x \le 7,\\ 1, если x \succ 7.\end{cases}.$$

Тогда вероятность *P(5<X<7) равна:*

1. 0,8;
2. 0;
3. 0,5;
4. 0,2.

Задание № 9

Для дискретной случайной величины *X*:

x_i	2	3	4	5
p_i	P_1	P_2	P_3	P_4

функция распределения вероятностей имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, если x \le 2,\\ 0{,}25, если 2 \prec x \le 3,\\ 0{,}4, если 3 \prec x \le 4,\\ 0{,}75, если 4 \prec x \le 5,\\ 1, если x \succ 5.\end{cases}.$$

Тогда значение параметра P_1, P_2, P_3, P_4 равны соответственно…

1. 0,25; 0,15; 0,35; 0,25;
2. 0,25; 0,35; 0,15; 0,25;
3. 0,25; 0,25; 0,25; 0,25;
4. 0; 0,25; 0,4; 0,75.

Задание № 10

Найти дисперсию дискретной случайной величины X-числа появления события A в пяти независимых испытаниях, если вероятность появления событий A в каждом испытании равна 0,2.

1. 0,8;
2. 0,5;
3. 0,6;

4. 0,4.

Задание № 11

Найти дисперсию дискретной случайной величины X-числа появления события A в двух независимых испытаниях, если вероятность появления событий A в каждом испытании постоянна и известно, что M(X)=1,2.

1. 0,8;
2. 0,5;
3. 0,48;
4. 0,4.

Задание № 12

Найти дисперсию случайной величины, заданной законом распределения:

X	- 1	2	4
p	0,2	0,3	0,5

1. 1,9;
2. 3,64;
3. 0,84;
4. 0,2.

Задание № 13

Стрелок трижды стреляет по одной мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле одна и та же 0,8. Каков закон распределения случайной величины X-числа попаданий в мишень?

1. биномиальный;
2. закон Пуассона;
3. геометрическое распределение;
4. закон Бернулли.

Задание № 14

Плотность вероятностей нормального распределения равна

$$\varphi(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+5)^2}{32}}$$

Математическое ожидание M(X) и дисперсия D(X) соответственно равны …

1. -5 и 16;
2. 2 и 9;

3. 5 и 4;
4. -5 и 4.

Задание № 15

Случайная величина X распределена по показательному закону с плотностью распределения вероятностей $f(x)=\begin{cases}0, & при \quad x \prec 0,\\ 3e^{-3x}, & при \quad x \geq 0.\end{cases}$

Тогда ее M(X) и D(X) равны:

1. 1/3 и 1/6;
2. 2/3 и 1/3;
3. 1/3 и 1/9;
4. 1/3 и 4/3.

Задание № 16

Установите соответствие между задачами методами их решения.

Столбец 1		Столбец 2	
1	Вероятность того, что деталь не пройдет проверку ОТК, равна 0,15. Тогда вероятность того, что среди 300 случайно отобранных деталей окажется не менее 50 деталей, не прошедших проверку ОТК, следует вычислить по …	А	Локальная формула Лапласа
2	В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй 20 шаров, из 4 белых. Из каждой урны наудачу извлечены по 1 шару, а потом из этих двух шаров наудачу взяли один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар. Какие формулы применяются для решения этой задачи?	Б	Интегральная формула Лапласа
3	Имеется две урны: в первой 6 белых и 4 черных шара; во второй 3 белых и 7 черных. Из наудачу выбранной урны берут один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым. Определить вероятность того, что вынутый белый шар	В	Формула Байеса
4	Вероятность появления некоторого события в каждом из 500 независимых испытаний постоянна и равна 0,15. Тогда вероятность того, что событие появится ровно 79 раз, следует вычислять как …	Г	Формула полной вероятности

Задание № 17

Вероятность появления некоторого события в каждом из 400 независимых испытаний постоянна и равна 0,1. Тогда вероятность того, что событие появится ровно 43 раза, следует вычислять как …

1. $P \approx \Phi(0{,}5)$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа;

2. $P \approx \frac{1}{64}\varphi(0{,}5)$, где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$;

3. $P \approx 0{,}5 - \Phi(0{,}5)$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа;

4. $P \approx \frac{1}{6}\varphi(0{,}5)$, где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Задание № 18

Вероятность появления некоторого события в каждом из 400 независимых испытаний постоянна и равна 0,1. Тогда вероятность того, что событие появится ровно 52 раза, следует вычислять по локальной формуле Лапласа как …

1. $P \approx \frac{1}{36}\varphi(2), где \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$;
2. $P \approx \frac{1}{6}\varphi(2), где \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$;
3. $P \approx \frac{1}{6}\varphi(3), где \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$;
4. $P \approx \varphi(2), где \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Задание № 19

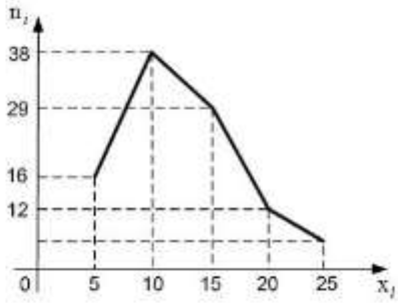
Дана выборка объема n x_1, x_2, …x_n. Если каждый элемент выборки увеличить в 5 раз, … (закончить фразу).

1. Выборочная средняя возрастет в 5 раз и выборочная дисперсия возрастет в 5 раз;
2. Выборочная средняя возрастет в 5 раз и выборочная дисперсия возрастет в 25 раз;

3. Выборочная средняя возрастет в 25 раз и выборочная дисперсия возрастет в 5 раз;
4. Выборочная средняя возрастет в 5 раз и выборочная дисперсия не изменится.

Задание № 20

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 100$, полигон частот которой имеет вид:



Тогда относительная частота варианты $x_i = 25$ в выборке равна….

1. 0,20;
2. 0,25;
3. 0,06;
4. 0,05.

Задание № 21

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n = 81:

x_i	1	2	4	5	6
n_i	5	14	n_3	22	6

Тогда значение n_3 равно …

1. 34;
2. 81;
3. 47;
4. 33.

Задание № 22

Размах варьирования вариационного ряда 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 14 равен …

1. 12;
2. 4;
3. 11;
4. 17.

Задание № 23

Мода вариационного ряда 5, 7, 9, 12, 12, 12, 16, 17, 18, 19, 21 равна…

1.12;
2.15;
3.16;
4.13.

Задание № 24

Установите соответствие между выборками их выборочными средними значениями.

Столбец 1		Столбец 2	
1	1,3,4,6,9,12,12,12,16,14,16,18,20	А	8
2	2,4,6,8,10,10,16	Б	11
3	1,2,4,7,8,10,10,16	В	7,5
4	1,2,4,7,8,10,12,16	Г	7,25

Задание № 25

Точечная оценка математического ожидания нормально распределенной случайной величины равна $\bar{x} = 15{,}6$. Тогда ее доверительный интервал может иметь вид…

1. [15,6; 17];
2. [14,6; 15,6];
3. [15,1; 16,1];
4. [16; 17].

Задание № 26

Дан доверительный интервал (32,06;41,18) для оценки математического ожидания нормально распределенного количественного признака. Тогда точечная оценка математического ожидания равна…

1. 36,52;
2. 36,62;
3. 9,12;
4. 73,7.

Задание № 27

Дан доверительный интервал (25,44;26,98) для оценки математического ожидания нормально распределенного количественного признака. Тогда при увеличении надежности (доверительной вероятности) оценки доверительный интервал может принять вид …

1. (25,74;26,68);
2. (24,04;26,98);
3. (24,14;28,38);
4. (24,04;28,38).

Задание № 28

Составьте верный алгоритм проверки гипотезы о равенстве средних значений с помощью критерия Стьюдента:

1) Рассчитывается экспериментальное значение критерия Стьюдента и по таблице обратного распределения Стьюдента находят критическое значение статистики;
2) Задается уровень значимости α и формулируются нулевая и альтернативная гипотезы;
3) Сравниваются дисперсии;
4) По выборкам вычисляются выборочные средние и дисперсии;
5) Делается вывод о равенстве или неравенстве средних значений;
6) Рассматриваются две генеральные совокупности и выборки из них $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $(y_1, y_2, \ldots, y_m)$.

Задание № 29

Критерий Стьюдента сравнения средних используется для…

1. Связанных выборок;
2. Несвязанных выборок;
3. Однородных;
4. Контрольных и экспериментальных групп.

Задание № 30

Составьте верный алгоритм проверки гипотезы о равенстве средних значений с помощью критерия Вилкоксона:

1) Расположим n+m значений обоих выборок в порядке возрастания, т. е. в виде общего вариационного ряда;
2) Находится выборочное и критическое значение статистики W критерия;
3) Находится сумма рангов элементов выборок;
4) Делается вывод о равенстве или неравенстве средних значений;
5) Правильность вычислений проверяется по формуле: $\omega_1 + \omega_2 = nm$.

Задания открытого типа (типовые задания, ситуационные задачи)

Общие критерии оценивания

№ п/п	Процент правильных ответов	Оценка
1	86 % – 100 %	5 («отлично»)
2	70 % – 85 %	4 («хорошо)
3	51 % – 69 %	3 (удовлетворительно)
4	50 % и менее	2 (неудовлетворительно)

Номер вопроса и проверка сформированной компетенции

№ вопроса	Код компетенции	№ вопроса	Код компетенции
1	ОК-3	24	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
2	ОК-3	25	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
3	ОК-3	26	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
4	ОК-3	27	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
5	ОК-3	28	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
6	ОК-3	29	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
7	ОК-3	30	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2

	ОПК-3		ОПК-3
8	ОК-3	31	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
9	ОК-3	32	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
10	ОК-3	33	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
11	ОК-3	34	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
12	ОК-3	35	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
13	ОК-3	36	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
14	ОК-3	37	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
15	ОК-3	38	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
16	ОК-3	39	ОК-3

	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
17	ОК-3	40	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
18	ОК-3	41	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
19	ОК-3	42	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
20	ОК-3	43	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
21	ОК-3	44	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
22	ОК-3	45	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3
23	ОК-3	46	ОК-3
	ОПК-2		ОПК-2
	ОПК-3		ОПК-3

Ключ ответов к заданиям открытого типа

№	Верный ответ

вопроса	
1	Рассмотрим события A_i – выпало i очков, i = 1, 2, …,6. Очевидно, что эти события образуют схему случаев. Тогда число всех случаев n = 6. Выпадению четного числа очков благоприятствуют случаи A_2, A_4, A_6, т.е. m = 3. Тогда $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
2	Перейдем к противоположному событию $\overline{D}$ – при одном выстреле стрелок выбьет не менее 8 очков. Событие $\overline{D}$ наступает, если произойдет A или B, или C, т.е. $\overline{D} = A + B + C$. Так как события A, B, C попарно несовместны, то, по теореме сложения, $P(\overline{D}) = P(A) + P(B) + P(C) = 0{,}51$, откуда $P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 1 - 0{,}51 = 0{,}49$.
3	Рассмотрим события: B – первый вынутый шар белый; C – второй вынутый шар белый. Тогда $A = BC$. Опыт можно провести двумя способами: 1) с возвращением: вынутый шар после фиксации цвета возвращается в урну. В этом случае события B и C независимы: $P(A) = P(B)\cdot P(C) = 5/15\cdot 5/15 = 1/9$; 2) без возвращения: вынутый шар откладывается в сторону. В этом случае события B и C зависимы: $P(A) = P(B)\cdot P(C/B)$. Для события B условия прежние, $P(B) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$, а для C ситуация изменилась. Произошло B, следовательно в урне осталось 14 шаров, среди которых 4 белых $P(C/B) = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$. Итак, $P(A) = \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{7} = \frac{2}{21}$.
4	Мишень будет поражена, если в нее попадет либо первый стрелок, либо второй, либо оба вместе, т.е. произойдет событие $A+B$, где событие A заключается в попадании в мишень первым спортсменом, а событие B – вторым. Тогда $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A\cdot B) = 0{,}7 + 0{,}8 - 0{,}7\cdot 0{,}8 = 0{,}94$.
5	Введем обозначения событий: A – первый взятый учебник имеет переплет, B – второй учебник имеет переплет. Вероятность того, что первый учебник имеет переплет, $P(A) = 3/6 = 1/2$. Вероятность того, что второй учебник имеет переплет, при условии, что первый взятый учебник был в переплете, т.е. условная вероятность события B, такова: $P(B/A) = 2/5$. Искомая вероятность того, что оба учебника имеют переплет, по теореме умножения вероятностей событий равна $P(AB) = P(A)\cdot P(B/A) = 1/2\cdot 2/5 = 0{,}2$.
6	Вероятность выпадения герба при одиночном испытании p = 1/2, отсюда $q = 1 - p$ = 1/2. По формуле Бернулли имеем: $P_{10}(5) = C_{10}^{5}\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 0{,}25$.
7	Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжение каждых из 6 суток постоянна и равна $p = 0{,}75$. Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна $q = 1 - p = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$.

<table>
<tr><td></td><td>Искомая вероятность по формуле Бернулли равна

$$P_6(4) = C_6^4 p^4 q^2 = \frac{6\cdot 5}{2}(0{,}75)^4(0{,}25)^2 = 0{,}30 .$$</td></tr>
<tr><td>8</td><td>

$$P(1 < X < 2{,}5) = F(2{,}5) - F(1) = (2{,}5-2)^2 - 0 = 0{,}25;$$
$$P(2{,}5 < X < 3{,}5) = F(3{,}5) - F(2{,}5) = 1-(2{,}5-2)^2 = 0{,}75.$$</td></tr>
<tr><td>9</td><td>

$$P(200 < X < 300) = \int_{200}^{300} f(x)dx = \int_{200}^{300}\frac{100}{x^2}dx = \frac{1}{6}.$$</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Для нахождения коэффициента a воспользуемся формулой: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{\pi} a\sin x dx + \int_{\pi}^{\infty} 0dx = a\int_{0}^{\pi}\sin x dx = -a\cos x\Big|_0^{\pi} = 2a = 1;\ a = \frac{1}{2}.$$</td></tr>
<tr><td>11</td><td>

$$f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & при \quad -\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4} \\ 0, & при \quad |x| > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$</td></tr>
<tr><td>12</td><td>

X	1	2
p_i	0,8	0,2

Y	-1	0	1	2
p_j	0,2	0,3	0,3	0,2

</td></tr>
<tr><td>13</td><td>Найдем вероятности возможных значений X при условии, что составляющая Y приняла значение $y_1 = 3$:

$$p(x_1|y_1) = \frac{p(x_1, y_1)}{p(y_1)} = \frac{0{,}25}{0{,}25+0{,}05+0{,}1} = \frac{5}{8},\ p(x_2|y_1) = \frac{p(x_2, y_1)}{p(y_1)} = \frac{0{,}05}{0{,}4} = \frac{1}{8},$$

$$p(x_3|y_1) = \frac{p(x_3, y_1)}{p(y_1)} = \frac{0{,}1}{0{,}4} = \frac{1}{4}.$$

Тогда условный закон распределения вероятностей составляющей X примет вид:

X	-1	0	2
p (X | y_1)	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

Условным законом распределения составляющей Y при $X = x_k$ называют совокупность условных вероятностей вида: $q(y_1|x_k), q(y_2|x_k), \dots, q(y_m|x_k)$, где $q(y_j|x_k) = P_{X=x_k}(Y = y_j)$. Эти вероятности вычисляются по формуле:

$$q(y_j|x_k) = \frac{q(y_j, x_k)}{p(x_k)}$$

Найдем вероятности возможных значений Y при условии, что составляющая X приняла значение $x_3 = 2$

$$q(y_1|x_3) = \frac{q(y_1, x_3)}{p(x_3)} = \frac{0{,}1}{0{,}35} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

$$q(y_2|x_3) = \frac{q(y_2, x_3)}{p(x_3)} = \frac{0{,}25}{0{,}35} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

Тогда условный закон распределения вероятностей составляющей Y примет вид:</td></tr>
</table>

Y	3	6
q(Y|x_3)	2/7	5/7

14

y_i	-6	3	6
p_i	0,5	0,3	0,2

z_i	1	4
p_i	0,3	0,7

15

$$f(x)=\begin{cases}\cos 2x, & при \quad -\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4};\\ 0, & при \quad |x|>\frac{\pi}{4}\end{cases}$$

$$M(X)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx=\int_{-\infty}^{-\pi/4}0dx+\int_{-\pi/4}^{\pi/4}x\cos 2xdx+\int_{\pi/4}^{\infty}0dx=\int_{-\pi/4}^{\pi/4}x\cos 2xdx=\left\{\begin{matrix}u=x; & dv=\cos 2xdx;\\ du=dx; & v=\frac{\sin 2x}{2};\end{matrix}\right\}=$$

$$=\frac{x\sin 2x}{2}\Big|_{-\pi/4}^{\pi/4}-\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\frac{\sin 2x}{2}dx=\frac{\cos 2x}{4}\Big|_{-\pi/4}^{\pi/4}=0.$$

$$M(X^2)=\int_{-\infty}^{\infty}x^2f(x)dx=\int_{-\infty}^{-\pi/4}0dx+\int_{-\pi/4}^{\pi/4}x^2\cos 2xdx+\int_{\pi/4}^{\infty}0dx=\int_{-\pi/4}^{\pi/4}x^2\cos 2xdx=$$

$$=\left\{\begin{matrix}u=x^2; & dv=\cos 2xdx;\\ du=2xdx; & v=\frac{\sin 2x}{2};\end{matrix}\right\}=\frac{x^2\sin 2x}{2}\Big|_{-\pi/4}^{\pi/4}-\int_{-\pi/4}^{\pi/4}x\sin 2xdx=\left\{\begin{matrix}u=x; & \sin 2xdx=dv;\\ du=dx; & v=-\frac{\cos 2x}{2};\end{matrix}\right\}=$$

$$+\frac{x\cos 2x}{2}\Big|_{-\pi/4}^{\pi/4}-\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\frac{\cos 2x}{2}dx=\frac{\pi^2}{16}-\frac{\sin 2x}{4}\Big|_{-\pi/4}^{\pi/4}=\frac{\pi^2}{16}-\frac{1}{2}=0{,}1163.$$

$$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2=0{,}1163-0=0{,}1163.$$

$$\sigma(X)=\sqrt{0{,}1163}\approx 0{,}34.$$

16 Математическое ожидание случайной величины равно:

$$M(X)=0\cdot 0{,}0625+1\cdot 0{,}375+2\cdot 0{,}5625=1{,}5.$$

17 Выбор каждого из 1000 изделий можно считать независимым испытанием, в котором вероятность появления изделия первого сорта одинакова и равна p = 0,96.

Таким образом, закон распределения может считаться биноминальным.

$$m_x=pn=1000\cdot 0{,}96=960;$$

$$D_x=npq=1000\cdot 0{,}96\cdot 0{,}04=38{,}4;$$

18 Т.к. случайная величина X распределена по биноминальному закону, то

$$M(X)=np=2p=0{,}9;\quad\Rightarrow\quad p=0{,}45;$$

$$D(X)=npq=2p(1-p)=2\cdot 0{,}45\cdot 0{,}55=0{,}495.$$

19 По формуле дисперсии биноминального закона получаем:

$$D(X)=npq=3p(1-p)=0{,}63;$$

$$3p^2-3p+0{,}63=0$$

$$p^2 - p + 0{,}21 = 0;$$

$$p_1 = 0{,}7; \quad p_2 = 0{,}3;$$

20

Принимая за случайную величину число отказавших приборов, видим, что эта случайная величина может принимать значения 0, 1, 2, 3 или 4.

Для составления закона распределения этой случайной величины необходимо определить соответствующие вероятности. Примем $q_i = 1 - p_i$.

1) Не отказал ни один прибор.

$$p(0) = q_1 q_2 q_3 q_4 = 0{,}7 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}084.$$

2) Отказал один из приборов.

$$p(1) = p_1 q_2 q_3 q_4 + q_1 p_2 q_3 q_4 + q_1 q_2 p_3 q_4 + q_1 q_2 q_3 p_4 = 0{,}302.$$

3) Отказали два прибора.

$$p(2) = p_1 p_2 q_3 q_4 + p_1 q_2 p_3 q_4 + p_1 q_2 q_3 p_4 + q_1 p_2 p_3 q_4 + q_1 p_2 q_3 p_4 + q_1 q_2 p_3 p_4 = 0{,}38.$$

4) Отказали три прибора.

$$p(3) = p_1 p_2 p_3 q_4 + p_1 p_2 q_3 p_4 + p_1 q_2 p_3 p_4 + q_1 p_2 p_3 p_4 = 0{,}198.$$

5) Отказали все приборы.

$$p(4) = p_1 p_2 p_3 p_4 = 0{,}036.$$

Получаем закон распределения:

x	0	1	2	3	4
x^2	0	1	4	9	16
p	0,084	0,302	0,38	0,198	0,036

Математическое ожидание:

$$M(X) = 0{,}302 + 2 \cdot 0{,}38 + 3 \cdot 0{,}198 + 4 \cdot 0{,}036 = 1{,}8.$$

$$M(X^2) = 0{,}302 + 4 \cdot 0{,}38 + 9 \cdot 0{,}198 + 16 \cdot 0{,}036 = 4{,}18.$$

Дисперсия:

$$D(X) = M(X^2) - \left[M(X)\right]^2 = 4{,}18 - 3{,}24 = 0{,}94.$$

21

Вероятности пяти попаданий из пяти возможных, четырех из пяти и трех из пяти были найдены выше по формуле Бернулли и равны соответственно:

$$P_5(5) = 0{,}01024, \quad P_5(4) = 0{,}0768, \quad P_5(3) = 0{,}2304$$

Аналогично найдем:

$$P_5(2) = \frac{5!}{2! \cdot 3!} 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^3 = 0{,}3456$$

$$P_5(1) = \frac{5!}{1! \cdot 4!} 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^4 = 0{,}2592$$

$$P_5(0) = \frac{5!}{0! \cdot 5!} 0{,}4^0 \cdot 0{,}6^5 = 0{,}6^5 = 0{,}0778$$

Тогда закон распределения имеет вид:

X	0	1	2	3	4	6
P	0,0778	0,2592	0,3456	0,2304	0,0768	0,01024

22

Второй локомотив не потребуется, если отклонение массы состава от ожидаемого (100·65 = 6500) не превосходит 6600 – 6500 = 100 т.

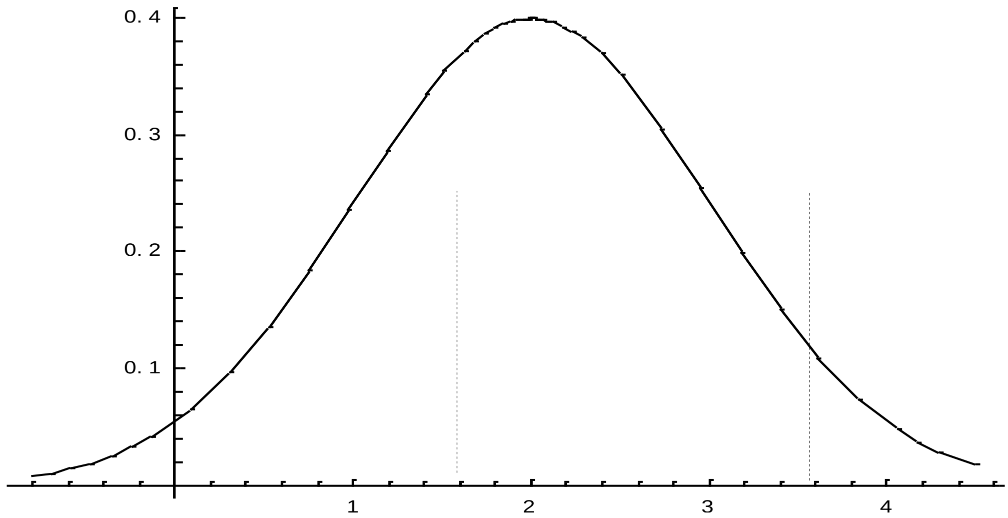
Т.к. масса каждого вагона имеет нормальное распределение, то и масса всего состава тоже будет распределена нормально.

Получаем:

<table>
<tr><td></td><td>$$P(|X-M(X)|<100=2\overline{\Phi}\left[\frac{100}{100\sigma}\right]=2\overline{\Phi}[1{,}111]=2\cdot 0{,}3665=0{,}733$$</td></tr>
<tr><td>23</td><td>Плотность распределения имеет вид:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-2)^2}{2}};$$

Построим график:



Найдем вероятность попадания случайной величины в интервал (1; 3).

$$P(1<X<3)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{\alpha}^{\beta}e^{-t^2}dt=\frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{3-2}{\sqrt{2}}\right)-\Phi\left(\frac{1-2}{\sqrt{2}}\right)\right]=\frac{1}{2}[\Phi(0{,}7071)+\Phi(0{,}7071)]=0{,}6778.$$

Найдем вероятность отклонение случайной величины от математического ожидания на величину, не большую чем 2.

$$P(|X-2|<2)=\Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma\sqrt{2}}\right)=\Phi\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)=\Phi(\sqrt{2})\approx 0{,}95.$$

Тот же результат может быть получен с использованием нормированной функции Лапласа.

$$P(|X-2|<2)=2\overline{\Phi}\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)=2\overline{\Phi}(2)=2\cdot 0{,}4772\approx 0{,}95.$$</td></tr>
<tr><td>24</td><td>Всего испытаний по схеме Бернулли n = 100. Кроме того, p = 0,512,q = 1 – p = 0,488.

Поскольку n = 100 –это достаточно большое число, будем работать по Локальной теореме Муавра – Лапласа. Заметим, что npq ≈ 25 > 20. Имеем:

$$P_{100}(51)\approx\frac{1}{\sqrt{25}}\cdot\varphi\left(\frac{51-51{,}2)}{\sqrt{25}}\right)=\frac{1}{5}\cdot\varphi(0{,}04)=0{,}07972$$

Поскольку мы округляли значение npq до целого числа, ответ тоже можно округлить:0,07972 ≈ 0,08. Учитывать остальные цифры просто нет смысла.</td></tr>
<tr><td>25</td><td>Для того, чтобы воспользоваться теоремой Муавра - Лапласа найдем математическое ожидание и дисперсию количества бракованных деталей в 50 отобранных:</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>

$$m_x = np = 50 \cdot 0{,}2 = 10$$

$$D_x = npq = 50 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 8$$

Фактически в задаче требуется определить вероятность того, что бракованных деталей будет не менее шести, но и, очевидно, не более 50-ти.

$$P(6 \le X \le 50) = \left(\Phi\left(\frac{50-10}{\sqrt{16}}\right) - \Phi\left(\frac{6-10}{\sqrt{16}}\right)\right) = (\Phi(10) + \Phi(1)) = (0{,}5 + 0{,}3413) = 0{,}8413$$

Значения функции Лапласа находятся по таблице. Конечно, значения функции Лапласа Ф(10) в таблице нет, но т.к. в таблицах указано, что Ф(5)=0,4999, то все значения от величин, превышающих 5 также приближенно равны 0,5.
</td></tr>
<tr><td>26</td><td>Объем генеральной совокупности $N = 2000$, а объем выборки $n = 100$.</td></tr>
<tr><td>27</td><td>

Условия репрезентативности выборки:

5) части выборки должны быть пропорциональны частям генеральной совокупности;
6) выборка должна наглядно демонстрировать все особенности изучаемого признака;
7) выборка должна быть достаточно объемной;
8) случайный отбор выборки.
</td></tr>
<tr><td>28</td><td>В распределении 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28 медианой будет центральная варианта, $M_в = 20$, т.к. по обе стороны от нее отстоит по 4 варианты.</td></tr>
<tr><td>29</td><td>Для ряда с четным числом членов 6 8 10 12 14 16 18 20 медианой будет полусумма его центральных членов ($M_в = \frac{12+14}{2} = 13$).</td></tr>
<tr><td>30</td><td>

Вариационный ряд: 00111112222222233334.

Статистический ряд:

<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>2</td><td>5</td><td>8</td><td>4</td><td>1</td></tr>
</table>

$\sum n_i = n$. Действительно, $\sum n_i = 20$.
</td></tr>
<tr><td>31</td><td>

Найдем эмпирическую функцию распределения $F_n(x)$ для приведенного выше примера:

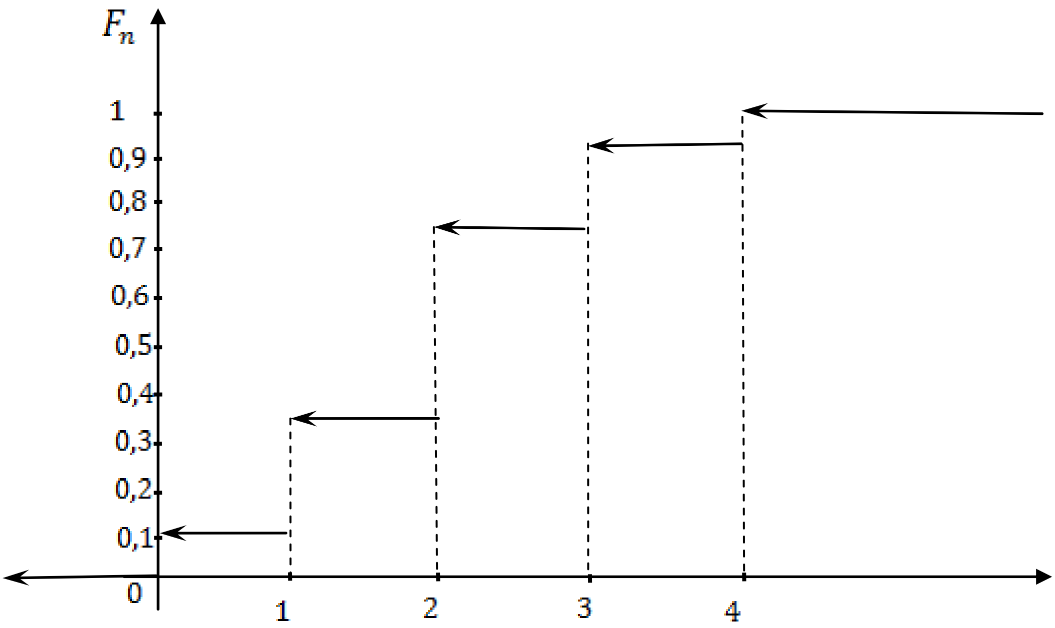
$$x \le 0,\ F_n(x) = \frac{0}{20} = 0;\ x < 1,\ F_n(x) = \frac{6}{20} = 0{,}3;$$

$$x < 2,\ F_n(x) = \frac{11}{20} = 0{,}55;\ x < 3,\ F_n(x) = \frac{15}{20} = 0{,}75;$$

$$x < 4,\ F_n(x) = \frac{15}{20} = 0{,}95;\ x > 4,\ F_n(x) = \frac{20}{20} = 1;$$

Аналитически её можно записать следующим образом:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 0, \\ 0{,}1 \text{ при } 0 < x \le 1, \\ 0{,}35 \text{ при } 1 < x \le 2, \\ 0{,}75 \text{ при } 2 < x \le 3, \\ 0{,}95 \text{ при } 0 < x \le 4, \\ 1 \text{ при } x > 4. \end{cases}$$
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>32</td><td>Мода $-M_o = 2$
Медиана – $M_в = \frac{2+2}{2} = 2$
Выборочная средняя –
$\bar{x}_в = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{1}{20}(0\cdot 2 + 1\cdot 5 + 2\cdot 8 + 3\cdot 4 + 4\cdot 1) = 1{,}85$</td></tr>
<tr><td>33</td><td>Выборочная дисперсия –
$S_в^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x}_в)^2\cdot n_i =$
$= \frac{(0-1{,}85)^2\cdot 2 + (1-1{,}85)^2\cdot 5 + (2-1{,}85)^2\cdot 8 + (3-1{,}85)^2\cdot 4 + (4-1{,}85)^2}{20}$
$= 0{,}735.$</td></tr>
<tr><td>34</td><td>Среднее квадратическое отклонение – $S_в = \sqrt{S_в^2} = \sqrt{1{,}5} = 1{,}2$</td></tr>
<tr><td>35</td><td>Коэффициент вариации –
$CV = \frac{S_в}{\bar{x}_в}\cdot 100\% = \frac{1{,}2}{1{,}45}\cdot 100\% \approx 83\%$. Разброс большой.</td></tr>
<tr><td>36</td><td>Вариационный размах – $R = x_{max} - x_{min} = 4 - 0 = 4.$</td></tr>
<tr><td>37</td><td>
<table>
<tr><td>n</td><td>30-50</td><td>50-100</td><td>100-400</td><td>400-1000</td><td>1000-2000</td></tr>
<tr><td>число интервалов</td><td>4-6</td><td>6-8</td><td>8-9</td><td>9-11</td><td>11-12</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>38</td><td>Представим данные в виде вариационного ряда: 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8. Выборочное среднее и исправленная выборочная дисперсия равны:
$\bar{x} = \frac{1}{8}(1+1+2+3+4+5+6+8) = 3{,}75;$
$S^2 = \frac{1}{8-1}\left(1^2+1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+8^2-8\cdot 3.75^2\right) \approx 6{,}214.$
Все элементы входят в выборку по одному разу, кроме 1, следовательно, мода $\tilde{d}_X = 1$. Так как $n = 8$, то медиана $\tilde{h}_X = \frac{1}{2}(3+4) = 3{,}5.$</td></tr>
</table>

39	Состоятельная и несмещенная оценка: $\bar{x}_в = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{1}{30}(2\cdot 8 + 4\cdot 9 + 5\cdot 10 + 6\cdot 3) = 3{,}9$ Несмещенная оценка: $S_в^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x}_в)^2 \cdot n_i$ $= \frac{(2-3{,}9)^2\cdot 8 + (4-3{,}9)^2\cdot 9 + (5-3{,}9)^2\cdot 10 + (6-3{,}9)^2\cdot 3}{30-1} = 1,$ Эффективная оценка: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{1{,}9} = 1{,}4$
40	Представим данные в виде вариационного ряда: 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8. Так как n = 8, то выборочное среднее и исправленная выборочная дисперсия равны $\bar{x} = \frac{1}{8}(1+1+2+3+4+5+6+8) = 3{,}75.$ $S^2 = \frac{1}{8-1}\left(1^2+1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+8^2-8\cdot 3{,}75^2\right) \approx 6{,}214.$ Стандартное отклонение $S = \sqrt{S^2} = 2{,}493$. По Приложениям находим: $t_{1-0{,}05/2}(8-1) = t_{0{,}975}(7) = 2{,}365$, $\chi^2_{1-0{,}05/2}(8-1) = 16{,}0;\ \chi^2_{0{,}05/2}(8-1) = 1{,}69.$ Получаем доверительный интервал для математического ожидания $\left(3{,}75 - \frac{2{,}493\cdot 2{,}365}{\sqrt{8}};\quad 3{,}75 + \frac{2{,}493\cdot 2{,}365}{\sqrt{8}}\right)$ или $(1{,}665;\quad 5{,}835)$.
41	Доверительный интервал для дисперсии $\left(\frac{7\cdot 6{,}214}{16};\quad \frac{7\cdot 6{,}214}{2{,}365}\right)$ или $(2{,}719;\quad 18{,}392)$.
42	Доверительный интервал находится из неравенства: $\bar{x}_в - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$, где $\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \delta$ - точность оценки, t - значение аргумента, при котором функция Лапласа $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$, где γ - надежность интервальной оценки. 4. Найдем $\frac{\gamma}{2} = \frac{0{,}95}{2} = 0{,}475$. 5. По таблице приложения найдем значение аргумента, при котором функция Лапласа $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$. $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = 0{,}475$ при аргументе $t = 1{,}96$. 6. Подставим полученные данные $t = 1{,}96$, $n = 25$, $\bar{x}_в = 14$, $\sigma = 5$ и $\gamma = 0{,}95$ в формулу: $\bar{x}_в - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$. Получаем $14 - \frac{1{,}96*5}{\sqrt{25}} < a < 14 + \frac{1{,}96*5}{\sqrt{25}}$. Вычисляем $12{,}04 < a < 15{,}96$.
43	Нам не известно *генеральное среднее квадратичное отклонение*. В данном случае интервальной оценкой математического ожидания $a = M(x)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности по выборочной средней и небольшом объеме выборки ($n < 30$) служит доверительный интервал:

	$\bar{x}_в - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}$, где γ - надежность, s - «исправленное» среднее квадратичное отклонение, n - объем выборки. Значение t_γ находится по таблице приложения по заданным n и γ. 3. Найдем t_γ по таблице приложения по $\gamma = 0{,}999$ и $n = 16$. Получаем $t_\gamma = 4{,}07$. 4. Подставляем $t_\gamma = 4{,}07$, $\bar{x}_в = 42{,}8$, $n = 16$ и $s = 8$ в формулу: $\bar{x}_в - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}$, $42{,}8 - \frac{4{,}07*8}{\sqrt{16}} < a < 42{,}8 + \frac{4{,}07*8}{\sqrt{16}}$. Получаем: $34{,}66 < a < 50{,}94$.
44	Первый этап. Объемы выборок равны n = 14; m = 12. Вычисляем выборочные средние и дисперсии. $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1+x_2+\ldots+x_n)$; $\bar{x} = \frac{1}{14}(23+25+23+22+23+24+28+16+18+23+29+26+31+19) = 23{,}5$; $S_x^2 = \frac{1}{n-1}(x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 - n\cdot(\bar{x})^2)$, $S_x^2 = \frac{1}{14-1}(23^2+25^2+23^2+22^2+23^2+24^2+28^2+16^2+18^2+ +23^2+29^2+26^2+31^2+19^2-14(23{,}5)^2) = 20{,}96$, $\bar{y} = \frac{1}{n}(y_1+y_2+\ldots+y_m)$, $\bar{y} = \frac{1}{12}(6+27+29+24+17+24+30+33+23+26+20+34) = 25{,}2$, $S_y^2 = \frac{1}{n-1}(y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_m^2 - m\cdot(\bar{y})^2)$, $S_y^2 = \frac{1}{12-1}(16^2+27^2+29^2+24^2+17^2+24^2+30^2+33^2+23^2+ +26^2+20^2+34^2- 12(25{,}2)^2) = 36{,}04$. Второй этап. Проверяем, можно ли считать средние равными: $F = \frac{\max(S_x^2; S_y^2)}{\min(S_x^2; S_y^2)} = \frac{36{,}04}{20{,}96} = 1{,}7$, По табл. ПРИЛОЖЕНИЯ 3 находим $F_{кр} = F(11; 13) = 2{,}65$. Видно, что $F < F_{кр}$ (т.к. 1,7 < 2,65), то есть дисперсии можно считать равными. Третий этап. Вычисляем статистику критерия: $t = \frac{\lvert \bar{x} - \bar{y} \rvert}{\sqrt{\frac{S_x^2(n-1) + S_y^2(m-1)}{n+m-2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} =$ $= \frac{\lvert 23{,}5 - 25{,}2 \rvert}{\sqrt{\frac{20{,}96(14-1) + 36{,}04(12-1)}{14+12-2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{14} + \frac{1}{12}}} = 0{,}838$. По табл. Стьюдента находим критическое значение критерия: $t_{кр} = t_{1-\alpha}(n+m-2) = t_{0{,}95}(24) = 1{,}711$ Видно, что $t < t_{кр}$ (т.к. 0,838 < 1,711), следовательно для выборок средние показатели различаются и можно говорить, что для данных выборок показатели агрессивности у мужчин и женщин можно считать статистически равными, а

	предположение о том, что агрессивность в среднем у мужчин и женщин в данных группах различна отвергается по выборочным данным.

45

Используем критерий знаков. Присвоим каждой паре значений обоих выборок знаки по следующему правилу:

если $x_i > y_i$ знак «+»,
если $x_i < y_i$ знак «-»,
если $x_i = y_i$ знак «0».

x_i	73	76	77	76	76	75	74	72	75	79	76	78	71	75
y_i	70	71	83	76	79	71	74	66	80	81	78	69	73	85
Знаки	+	+	-	0	-	+	0	+	-	-	-	+	-	-

l = 12 (число ненулевых разностей);

r = 5 (число разностей со знаком «+»);

доверительная вероятность p=0,95, следовательно уровень значимости α=1-0,95=0,05.

Так как предполагается, что средний показатель второй выборки выше, чем средний показатель у первой, то вычисляется левая часть неравенства (6) по формуле:

$$F = \frac{l-r}{r+1} = \frac{12-5}{5+1} = 1{,}17 .$$

Правая часть этого неравенства вычисляется по таблице ПРИЛОЖЕНИЯ 1 по теме:

$$F_{kr} = F_{1-\alpha}\bigl(2(r+1),\ 2(l-r)\bigr) = F_{0{,}95}(12{,}14) = 2{,}55 ,$$

Видно, что $F < F_{kr}$, то есть можно считать, что средние показатели для выборок из обеих групп статистически не различаются, т.е. методика не привела к увеличению уровня внимательности.

46

Решим теперь выше приведенную задачу используя ранговый критерий Вилкоксона. Для этого объединим обе выборки в один вариационный ряд, расположив элементы обоих выборок по возрастанию значений. При этом будем подчеркивать элементы второй выборки. Над элементами укажем их ранги:

1,5	1,5	3	4	5	6	7	10	10	10	10	10	14	14	14	16	17,5	17,5	19	20	21,5	21,5
$\underline{16}$	16	17	$\underline{18}$	$\underline{19}$	20	$\underline{22}$	$\underline{23}$	$\underline{23}$	$\underline{23}$	$\underline{23}$	23	24	24	$\underline{24}$	$\underline{25}$	26	$\underline{26}$	27	$\underline{28}$	$\underline{29}$	29

23	24	25	26
30	$\underline{31}$	33	34

Вычисляем суммы рангов обеих выборок и их статистики:

R_1 = 1,5+4+5+7+10+10+10+10+14+16+17,5+20+21,5+24 = 170,5 ,

R_2 = 1,5+3+6+10+14+14+17,5+19+21,5+23+25+26 = 180,5 ,

$$\omega_1 = 14\cdot 12 + 14\left(\frac{14+1}{2}\right) - 170{,}5 = 102{,}5 ,$$

$$\omega_2 = 14\cdot 12 + 12\left(\frac{12+1}{2}\right) - 180{,}5 = 65{,}5.$$

Проверка:

$\omega_1 + \omega_2 = n_1 \cdot n_2$, 168 = 168 - верно.

$$W = \min(\omega_1;\omega_2) = \omega_2 = 65{,}5 .$$

Из таблицы ПРИЛОЖЕНИЯ находим критическое значение критерия для $n=14,\ m=12: W_{kr}=51$. Видно, что $W > W_{kr}$, следовательно исследуемый показатель в обеих группах можно считать статистически одинаковым, значит предположение о том, что производительность в данных группах различна отвергается.

Задание № 1

Какова вероятность появления четного числа очков (событие А) при одном бросании игрального кубика?

Задание № 2

Стрелок производит один выстрел по мишени. Вероятность выбить 10 очков (событие А), 9 очков (событие В) и 8 очков (событие С) равны соответственно 0,11; 0,23; 0,17. Найти вероятность того, что при одном выстреле стрелок выбьет менее 8 очков (событие D)

Задание № 3

Из урны, в которой 5 белых и 10 черных шаров, вынимают подряд два шара. Найти вероятность того, что оба шара белые (событие *A*).

Задание № 4

Два спортсмена независимо друг от друга стреляют по одной мишени. Вероятность попадания в мишень первого спортсмена равна 0,7, а второго – 0,8. Какова вероятность того, что мишень будет поражена?

Задание № 5

В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найти вероятность того, что два учебника окажутся в переплете.

Задание № 6

Найти вероятность того, что при 10-кратном бросании монеты герб выпадет ровно 5 раз.

Задание № 7

Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы, равна p=0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

Задание № 8

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей

$$F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x\le 2\\ (x-2)^2, & при \quad 2\le x\le 3;\\ 1, & при \quad x>3\end{cases}$$

Найти вероятность попадания СВ X в интервалы (1;2,5), (2,5;3,5).

Задание № 9

Средняя продолжительность срока реализации товара (в часах) имеет следующую плотность распределения:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{100}{x^2}, & \text{если } x > 100, \\ 0, & \text{если } x \le 100. \end{cases}$$

Вычислить вероятность того, что товар будет реализован позднее 200 часов и в то же время не позднее 300 часов.

Задание № 10

Случайная величина подчинена закону распределения с плотностью:

$$f(x) = \begin{cases} a\sin x, & \textit{при} \quad 0 \le x \le \pi \\ 0, & \textit{при} \quad x < 0 \quad \textit{или} \quad x > \pi \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент *a*.

Задание № 11

Задана непрерывная случайная величина *x* своей функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \textit{при} \quad x < -\dfrac{\pi}{4} \\ \dfrac{\sin 2x + 1}{2}, & \textit{при} \quad -\dfrac{\pi}{4} \le x \le \dfrac{\pi}{4}; \\ 1, & \textit{при} \quad x > \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$$

Найти функцию плотности распределения.

Задание № 12

Задан закон распределения дискретной двумерной случайной величины (X,Y).

X Y	1	2
-1	0,1	0,1
0	0,25	0,05
1	0,3	0
2	0,15	0,05

Найти закон распределения для случайных величин X и Y.

Задание № 13

Двумерная дискретная случайная величина (X, Y) задана законом распределения вероятностей:

Y \ X	$x_1 = -1$	$x_2 = 0$	$x_3 = 2$
$y_1 = 3$	0,25	0,05	0,10
$y_2 = 6$	0,15	0,20	0,25

Найти условный закон распределения вероятностей составляющей X при условии, что составляющая Y приняла значение $y_1 = 3$.

Задание № 14

Дана случайная величина X

x_i	-2	1	2
p_i	0,5	0,3	0,2

Найти закон распределения случайных величин:

a) $Y = 3X$;

b) $Z=X^2$.

Задание № 15

Задана непрерывная случайная величина *x* своей функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \textit{при} \quad x < -\dfrac{\pi}{4} \\ \dfrac{\sin 2x + 1}{2}, & \textit{при} \quad -\dfrac{\pi}{4} \le x \le \dfrac{\pi}{4}; \\ 1, & \textit{при} \quad x > \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$$

Найти функцию плотности распределения и числовые характеристики.

Задание № 16

Закон распределения случайной величины имеет вид:

X	0	1	2
p	0,0625	0,375	0,5625

Найти математическое ожидание.

Задание № 17

Завод выпускает 96% изделий первого сорта и 4% изделий второго сорта. Наугад выбирают 1000 изделий. Пусть X – число изделий первого сорта в данной выборке. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

Задание № 18

Найти дисперсию дискретной случайной величины X – числа появлений события A в двух независимых испытаниях, если вероятности появления этого события в каждом испытании равны и известно, что M(X) = 0,9.

Задание № 19

Производятся независимые испытания с одинаковой вероятностью появления события A в каждом испытании. Найти вероятность появления события A, если дисперсия числа появлений события в трех независимых испытаниях равна 0,63.

Задание № 20

Испытывается устройство, состоящее из четырех независимо работающих приборов. Вероятности отказа каждого из приборов равны соответственно $p_1=0,3$; $p_2=0,4$; $p_3=0,5$; $p_4=0,6$. Найти математическое ожидание и дисперсию числа отказавших приборов.

Задание № 21

По цели производится 5 выстрелов. Вероятность попадания для каждого выстрела равна 0,4. Найти вероятности числа попаданий и построить многоугольник распределения.

Задание № 22

Поезд состоит из 100 вагонов. Масса каждого вагона – случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожидание a = 65 т и средним квадратичным отклонением σ = 0,9 т. Локомотив может везти состав массой не более 6600 т, в противном случае необходимо прицеплять второй локомотив. Найти вероятность того, что второй локомотив не потребуется.

Задание № 23

Нормально распределенная случайная величина X задана своими параметрами – $a=2$ – математическое ожидание и σ = 1 – среднее квадратическое отклонение. Требуется написать плотность вероятности и построить ее график, найти вероятность того, X примет значение из интервала (1; 3), найти вероятность того, что X отклонится (по модулю) от математического ожидания не более чем на 2.

Задание № 24

Вероятность рождения мальчика равна 0,512. Найдите вероятность того, что среди 100 новорожденных будет ровно 51 мальчик.

Задание № 25

Вероятность того, что наудачу выбранная деталь окажется бракованной, при каждой проверке одна и та же и равна 0,2. Определить вероятность того, что среди 50 наугад выбранных деталей, бракованных окажется не менее 6.

Задание № 26

Из 2000 изделий отобрано для обследования 100 изделий. Определить объем генеральной совокупности и объем выборки.

Задание № 27

Перечислите условия репрезентативности выборки.

Задание № 28

Найти медиану распределения 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28.

Задание № 29

Найти медиану распределения 6 8 10 12 14 16 18 20.

Задание № 30

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Требуется составить вариационный и статистический ряды.

Задание № 31

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Требуется найти эмпирическую функцию распределения.

Задание № 32

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Найти характеристики: среднее, моду, медиану.

Задание № 33

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Найти выборочную дисперсию.

Задание № 34

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Найти среднее квадратическое отклонение.

Задание № 35

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Найти коэффициент вариации.

Задание № 36

Дана выборка количества бракованных изделий продукции некоторого станка за последние 20 дней: 21202131314322012322. Найти вариационный размах.

Задание № 37

Как примерно можно определить число интервалов в интервальном ряду.

Задание № 38

Определить оценки среднего, дисперсии, моды и медианы для выборки 5, 6, 8, 2, 3, 1, 1, 4.

Задание № 39

Найдите состоятельную, несмещенную, смещенную и эффективную оценки, если совокупность задана таблицей распределения:

x_i	2	4	5	6
n_i	8	9	10	3

Задание № 40

Дана выборка 5, 6, 8, 2, 3, 1, 1, 4. Записать данные в виде вариационного ряда. Определить оценки среднего, дисперсии, и стандартного отклонения а также построить доверительные интервалы для среднего при α=0,05.

Задание № 41

Дана выборка 5, 6, 8, 2, 3, 1, 1, 4. Записать данные в виде вариационного ряда. Построить доверительные интервалы для дисперсии при α=0,05.

Задание № 42

Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания $a = M(x)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратичное отклонение $\sigma = 5$, выборочная средняя $\bar{x}_в = 14$ и объем выборки $n = 25$.

Задание № 43

Произведено с одинаковой точностью шестнадцать независимых измерений скорости реакции. Вычислено среднее арифметическое $\bar{x}_в = 42{,}8$ и «исправленное» среднее квадратичное отклонение $s = 8$.
Оценить истинное значение измеряемого признака (скорости реакции) с надежностью $\gamma = 0{,}999$.

Задание № 44

Произведены две выборки урожая пшеницы: при своевременной уборке урожая и уборке с некоторым опозданием. В первом случае измерялась урожайность 14 участков; во втором – 12 участков. Значения урожайности (ц/га) приведены в таблице. На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.выяснить влияние своевременности уборки урожая на среднее значение урожайности. Использовать параметрический критерий Стьюдента.

Урожайность при своевременной уборке урожая													
23	25	23	22	23	24	28	16	18	23	29	26	31	19
Урожайность при уборке с некоторым опозданием													
16	27	29	24	17	24	30	33	23	26	20	34		

Задание № 45

Технолог разработал новую технологию, позволяющую, по его мнению, увеличить производительность оборудования. Для проверки этого предположения были измерены показатели 14 оборудований до x и после y внедрения технологии. Можно ли с вероятностью 0,95 говорить о том, что разработанная технология действительно приводит к увеличению производительности, используя критерий знаков.

	73	76	77	76	76	75	74	72	75	79	76	78	71	75
	70	71	83	76	79	71	74	66	80	81	78	69	73	85

Задание № 46

Произведены две выборки урожая пшеницы: при своевременной уборке урожая и уборке с некоторым опозданием. В первом случае измерялась урожайность 14 участков; во втором – 12 участков. Значения урожайности (ц/га) приведены в таблице. На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.выяснить влияние своевременности уборки урожая на среднее значение урожайности. Использовать параметрический критерий Вилкоксона.

Урожайность при своевременной уборке урожая													
23	25	23	22	23	24	28	16	18	23	29	26	31	19
Урожайность при уборке с некоторым опозданием													
16	27	29	24	17	24	30	33	23	26	20	34		

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Экзамен является заключительным этапом процесса формирования компетенций обучающегося при изучении дисциплины и имеет целью проверку и оценку знаний обучающегося по теории и применению полученных знаний, умений и навыков при решении практических задач.

Экзамен проводится по расписанию, сформированному учебно-методическим управлением, в сроки, предусмотренные календарным учебным графиком.

Экзамен принимается преподавателем, ведущим лекционные занятия.

Экзамен проводится только при предъявлении обучающимся зачетной книжки и при условии выполнения всех контрольных мероприятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой дисциплины.

Обучающимся на экзамене представляется право выбрать один из билетов. Время подготовки к ответу составляет 30 минут. По истечении установленного времени обучающийся должен ответить на вопросы экзаменационного билета.

Результаты экзамена оцениваются по пятибалльной системе и заносятся в зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку. В зачетную книжку заносятся только положительные оценки. Подписанный преподавателем экземпляр ведомости сдаётся не позднее следующего дня в деканат.

В случае неявки обучающегося на экзамен в зачетно-экзаменационную ведомость делается отметка «не явка».

Обучающиеся, не прошедшие промежуточную аттестацию по дисциплине, должны ликвидировать академическую задолженность в установленном локальными нормативными актами Института порядке.