**Автономная некоммерческая образовательная организация высшего образования «Воронежский экономико-правовой институт» (АНОО ВО «ВЭПИ»)**

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебно-методической работе
_____ Е.Н. Григорьева
«19» февраля 2016 г.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Б1.В.07 Финансовая математика
(наименование дисциплины (модуля))

38.03.01 Экономика
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) Бухгалтерский учет, анализ и аудит
(наименование направленности (профиля))

Квалификация выпускника Бакалавр
(наименование направленности (профиля))

Форма обучения Очная, заочная
(очная, заочная)

Рекомендован к использованию Филиалами АНОО ВО «ВЭПИ».

Воронеж
2016

Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ по дисциплине (модулю) рассмотрены и одобрены на заседании кафедры прикладной информатики, год начала подготовки – 2016.

Протокол заседания от «12» февраля 2016 г. № 7

Заведующий кафедрой А.И. Кустов

Разработчики:

Профессор Г.А. Курина

## Лабораторная работа № 1
## «Время как фактор в финансовых расчетах. Основные понятия финансовых вычислений. Принцип финансовой эквивалентности»

Цель работы: знать определение финансового расчета. Основные понятия финансовых вычислений. Принцип финансовой эквивалентности.

### 1. Краткие теоретические сведения

Современный предмет ФМ представляет собой проверенные на практике методы количественного финансового анализа. Основные задачи:

- измерение конечных финансовых результатов финансовой операции для каждой из участвующих сторон;
- разработка планов выполнения финансовых операций, в т. ч. планов погашения задолженности;
- измерение зависимости в конечных результатах операции от основных ее параметров;
- определение допустимых критических значений показателей и расчет параметров эквивалентного (без убыточного) изменения первоначальных условий финансовой операции.

Методы, применяемые в ФМ, необходимы и используются при разработке условий контракта, при финансовом проектировании, при сравнении и выборе инвестиционных проектов и т. д.

В практических финансовых операциях суммы денег, независимо от их назначения и происхождения, обязательно соотносятся с конкретными моментами или периодами времени. Фактор времени, особенно в долгосрочных финансовых операциях, играет не менее важную роль, чем размер денежной суммы. Необходимость учета временного фактора связана с экономической природой финансирования, кредитования и инвестирования. ТВСД означает, что, участвуя в коммерческом обороте, деньги приобретают временную ценность. ТВСД учитывает не равноценность денег, относящихся к разным моментам времени, т. е. изменения ценности денег во времени. Временная ценность денег обусловлена следующими причинами:

- способность денежных средств в процессе обращения приносить доход, полученный доход реинвестируется (вкладывается вновь) и т. д. Это означает, что деньги приносят деньги, т. е. денежные средства, вкладываемые предприятием в коммерческие операции, способны составить впоследствии большую сумму за счет полученного с их использованием за определенный отрезок времени дохода. - инфляционные процессы.

Следствием принципа изменения ценности денег во времени является неправомерность суммирования денежных величин, относящихся к разным моментам времени, особенно при принятии финансовых решений

долгосрочного характера. Также неправомерным является и непосредственное сравнение разновременных денежных величин, которое допустимо только при «приведении» таких сумм к одному моменту времени. Поэтому основная задача ТВСД заключается в разработке методов учета фактора времени, определении суммарной оценки выгод от использования денежных сумм в течении некоторого периода времени.

## 2. Порядок выполнения работы и содержание отчета

Порядок выполнения работы:

1) расчет финансовых вычислений с использованием ЭВМ;
2) принцип финансовой эквивалентности решение задач.

Содержание отчета:

1) цель работы;
2) задание на лабораторную работу для своего варианта;
3) алгоритм решаемого задания с необходимыми пояснениями;
4) выводы по работе.

## 3. Контрольные вопросы

1) определение финансового расчета;
2) основные понятия финансовых вычислений;
3) принцип финансовой эквивалентности.

## Лабораторная работа № 2
## «Простые процентные и учетные ставки, связь между ними. Реструктуризация платежей при простых процентных и учетных ставках»

Цель работы: знать связь между процентными и учетными ставками. Принцип реструктуризации платежей при простых процентах.

### 1. Краткие теоретические сведения

Предположим, что одно лицо брало несколько раз ссуду у другого лица и теперь должно вернуть ему определенные суммы денег в различные моменты времени. По договоренности обеих сторон может быть произведена консолидация, т. е. объединение этих нескольких платежей в один платеж. Следует определить срок возврата консолидированной суммы и размер этой суммы. В этом и состоит задача консолидации платежей.

Такая задача, в принципе, допускает множество решений. Можно договариваться о любом сроке и любой сумме, лишь бы эта договоренность устраивала обе стороны.

Однако интересы сторон обычно оказываются противоположными. Одна сторона хочет вернуть деньги позже и в меньшем объеме, в то время как другая желает получить их раньше и в большей сумме. Следует найти справедливое решение, которое устроило бы обе стороны.

Справедливое решение соответствует сформулированному выше принципу финансовой эквивалентности платежей. Пусть имеются два (или более) платежа, соответствующие различным суммам и приуроченные к различным моментам времени. Такие платежи считаются финансово эквивалентными, если они, будучи приведенными по заданной ставке процента к одному моменту времени, оказываются равными.

Решение задачи консолидации нескольких платежей — это определение такого размера единого платежа и такого момента его выплаты, которые финансово эквивалентны всей заменяемой совокупности платежей.

### 2. Порядок выполнения работы и содержание отчета

Порядок выполнения работы:

1) решение задач на процентные ставки;
2) решение задач на учетные ставки.

Содержание отчета:

1) цель работы;
2) задание на лабораторную работу для своего варианта;
3) алгоритм решаемого задания с необходимыми пояснениями;
4) выводы по работе.

## 3. Контрольные вопросы

1) какая существует связь между процентными и учетными ставками?
2) объяснить реструктуризацию платежей при простых процентах;
3) объяснить реструктуризацию платежей при учетных ставках.

## Лабораторная работа № 3
## «Сложные процентные и учетные ставки. Уравновешенные и относительные ставки. Номинальные и эффективные ставки»

Цель работы: знать математическое описание сложных процентов. Уметь подробно объяснить связь между уравновешенными и относительными ставками.

### 1. Краткие теоретические сведения

Процентная ставка — относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени. Отношение дохода (процентных денег — абсолютная величина дохода от представления денег в долг) к сумме долга.

Период начисления — это временной интервал, к которому приурочена процентная ставка, его не следует путать со сроком начиления. Обычно в качестве такого периода принимаю год, полугодие, квартал, месяц, но чаще всего дело имеют с годовыми ставками.

Капитализация процентов — присоединение процентов к основной сумме долга.

Наращение — процесс увеличения суммы денег во времени в связи с присоединением процентов.

Дисконтирование — обратно наращению, при котором сумма денег, относящаяся к будущему уменьшается на величину соответствующую дисконту (скидке).

Величина $L = \frac{S(n)}{S(0)}$ называется множителем наращения, а величина $\upsilon = \frac{S(0)}{S(n)}$ — множителем дисконтирования при соответствующих схемах.

Интерпретация процентной ставки $i$

При схеме "простых процентов" исходной базой для начисления процентов в течение всего срока долга на каждом периоде применения процентной ставки является первоначальная сумма долга $S(0)$.

При схеме "сложных процентов" (для целых $n$) исходной базой для начисления процентов в течение всего срока на каждом периоде применения процентной ставки является наращенная за предыдущий период сумма долга.

Присоединение начисленных процентных денег к сумме, которая служит базой для их вычисления, называется капитализацией процентов (или реинвестированием вклада). При применении схемы "сложных процентов" капитализация процентов происходит на каждом периоде $\tau^*$.

Интерпретация учетной ставки $d$

При схеме "простых процентов" (простой дисконт) — исходной базой для начисления процентов в течение всего срока долга на каждом периоде

применения учетной ставки является сумма $S(n)$, подлежащая выплате в конце срока вклада.

При схеме "сложных процентов" (для целых $n$) (сложный дисконт) — исходной базой для начисления процентов в течение всего срока на каждом периоде применения учетной ставки является сумма долга в конце каждого периода.

## 2. Порядок выполнения работы и содержание отчета

Порядок выполнения работы:

1) математическое описание сложных процентов;
2) подробно объяснить связь между уравновешенными и относительными ставками;
3) дать сравнительный анализ номинальным и эффективным ставкам.

Содержание отчета:

1) цель работы;
2) задание на лабораторную работу для своего варианта;
3) алгоритм решаемого задания с необходимыми пояснениями;
4) выводы по работе.

## 3. Контрольные вопросы

1) какая существует связь между простыми и сложными процентными и учетными ставками?
2) объяснить реструктуризацию платежей при сложных процентах;
3) объяснить реструктуризацию платежей при сложных учетных ставках.

## Лабораторная работа № 4
## «Непрерывное начисление процентов и непрерывное дисконтирование. Сила роста и сила дисконта. Параметры расчетов с процентными и дисконтными ставками»

Цель работы: непрерывное начисление процентов и непрерывное дисконтирование. Параметры расчетов с процентными и дисконтными ставками.

### 1. Краткие теоретические сведения

Для непрерывных процентов не существует различий между процентной и учетной ставками, поскольку сила роста – универсальный показатель. Однако наряду с постоянной силой роста может использоваться переменная процентная ставка, величина которой меняется по заданному закону (математической функции).

Непрерывное начисление процентов используется при анализе сложных финансовых задач, например, обоснование и выбор инвестиционных решений. Оценивая работу финансового учреждения, где платежи за период поступают многократно, целесообразно предполагать, что наращенная сумма непрерывно меняется во времени и применять непрерывное начисление процентов.

Все ситуации, которые мы до сих пор рассматривали, относились к дискретным процентам, поскольку их начисление осуществляется за фиксированные промежутки времени (год, квартал, месяц, день, час). Но на практике нередко встречаются случаи, когда *проценты начисляются непрерывно*, за сколь угодно малый промежуток времени. Если бы проценты начислялись ежедневно, то годовой коэффициент (множитель) наращения выглядел так:

$$k_н = (1 + j / m)^m = (1 + j / 365)^{365}$$

### 2. Порядок выполнения работы и содержание отчета

Порядок выполнения работы:

1) непрерывное начисление процентов;
2) непрерывное дисконтирование;
3) сила роста и сила дисконта;
4) параметры расчетов с процентными и дисконтными ставками.

Содержание отчета:

1) цель работы;
2) задание на лабораторную работу для своего варианта;
3) алгоритм решаемого задания с необходимыми пояснениями;

4) выводы по работе.

## 3. Контрольные вопросы

1) раскрыть значение понятий непрерывное начисление процентов;
2) дать определение силы роста и силы дисконта;
3) перечислить параметры, для расчетов дисконтных ставок.

## Лабораторная работа № 5
## «Потоки платежей, их классификация и основные характеристики. Финансовые ренты. Постоянная финансовая рента, расчеты ее параметров. Вечная рента»

Цель работы: знать основные характеристики потоков платежей и математический . Дать определение понятию финансовая рента и привести примеры расчета ренты. Перечислить параметры финансовой и вечной рент.

### 1. Краткие теоретические сведения

Любая финансовая операция характеризуется и может быть полностью описана посредством порождаемых ею денежных потоков. В целом сущность анализа финансовых операций заключается в определении времени и величин генерируемых ими платежей и последующей их оценки в виде показателей, позволяющих сравнить и сопоставить альтернативные варианты.

Понятие "денежный поток" (cash flow – поток наличности, ноток платежей) относится к фундаментальным в финансовом менеджменте.

Денежный поток обладает рядом характеристик. Наиболее важными из них – величина или размер отдельного платежа (элемента потока), его направление или знак, время осуществления, определенность и др.

Получаемые платежи или поступления называют притоками (cash inflows, CIF), выплачиваемые – оттоками (cash outflows, COF) денежных средств.

Размеры выплат и поступлений (т.е. отдельных элементов денежного потока) могут быть известны с той или иной степенью определенности. Чем более определенными являются величины платежей, тем меньше риск, связанный с соответствующей операцией.

Разнообразие хозяйственных операций в условиях рынка обусловливает существование самых различных видов денежных потоков. В связи с этим возникает необходимость в их классификации.

### 2. Порядок выполнения работы и содержание отчета

Порядок выполнения работы:

1) примеры расчета ренты;
2) расчет параметров финансовой и вечной рент.

Содержание отчета:

1) цель работы;
2) задание на лабораторную работу для своего варианта;
3) алгоритм решаемого задания с необходимыми пояснениями;
4) выводы по работе.

## 3. Контрольные вопросы

1) перечислить основные характеристики потоков платежей;
2) дать определение понятию финансовая рента.

## Лабораторная работа № 6
## «Переменная финансовая рента с постоянным абсолютным приростом членов и с постоянным относительным приростом членов. Непрерывные потоки платежей с постоянной и переменной интенсивностью»

Цель работы: знать методы анализа переменной финансовой ренты с постоянным абсолютным приростом членов и с постоянным относительным приростом членов.

### 1. Краткие теоретические сведения

В практике встречаются случаи, когда члены потоков платежей изменяются во времени. Такие изменения могут быть связаны с какими-либо обстоятельствами объективного порядка (например, условиями производства и сбыта продукции), а иногда и случайными факторами. Частным случаем такого потока является *переменная рента*. У последней члены потока изменяются по каким-то установленным (принятым, оговоренным и т.д.) законам или условиям развития. Если таких законов нет, то соответствующий поток можно назвать *нерегулярным*. Переменные потоки платежей встречаются относительно редко, во всяком случае существенно реже, чем постоянные.

Ниже рассматриваются несколько видов переменных рент, причем с меньшей детальностью, чем были обсуждены постоянные ренты. Основное внимание уделено принципиальным зависимостям, знание которых позволяет разработать расчетные формулы для любых конкретных видов рент. Что касается нерегулярного потока платежей, то он здесь не анализируется, поскольку это было осуществлено в гл. 4 — см. формулы (4.1) и (4.2).

Рента с постоянным абсолютным изменением членов во времени предполагает, что эти изменения происходят согласно арифметической прогрессии. Например, если выплачивается годовая рента постнумерандо, то размеры членов ренты образуют последовательность:

$R, R + a, R + 2a, ..., R + (n - 1)a.$

Величина $t$-го члена такой ренты равна $R + (t - 1)a$.

Определим наращенную сумму и современную стоимость ренты. Для этого вернемся к общей формуле современной стоимости потока, заменив в ней $R_t$ на члены рассматриваемого ряда. Получим:

$A = Rv + (R + a)v^2 + ... + [R + (t - 1)a]v^n, t = 1...n.$ (5.1)

Умножим это равенство на $(1 + i)$ и вычтем из обеих сторон полученного выражения соответствующие стороны равенства (5.1):

$iA = R + av + av^2 + ... + av^{n-1} - av^n - (t - 1)av^n.$

## 2. Порядок выполнения работы и содержание отчета

Порядок выполнения работы:

1) дать сравнительный анализ переменной финансовой ренты с постоянным абсолютным приростом членов;
2) расчет ренты с постоянным относительным приростом членов;
3) расчет непрерывного потока платежей с постоянной интенсивностью.

Содержание отчета:

1) цель работы;
2) задание на лабораторную работу для своего варианта;
3) алгоритм решаемого задания с необходимыми пояснениями;
4) выводы по работе.

## 3. Контрольные вопросы

1) дать сравнительный анализ переменной финансовой ренты с постоянным абсолютным приростом членов и с относительным приростом членов;
2) дать определение понятию непрерывного потока платежей.

## Лабораторная работа № 7
## «Показатели эффективности инвестиционного проекта: чистый приведенный доход, внутренняя норма доходности, срок окупаемости, индекс доходности. Их свойства и взаимосвязь»

Цель работы: знать методы анализа эффективности инвестиционного проекта.

### 1. Краткие теоретические сведения

Инвесторы вкладывают деньги в производство материальных благ для получения прибыли, и, в качестве предварительной оценки, ими определяется экономическая эффективность инвестиционного проекта. Объектом вложения может быть торговый центр, магазин, шоу-рум или инвестор приобретает материальные ценности для дальнейшей их перепродажи, то есть, при таком инвестировании не создаются материальные блага, но они приносят прибыль инвестору. В этом случае, инвестору также необходимо произвести предварительный анализ и определить эффективность проекта, но это будет уже коммерческая эффективность инвестиционного проекта.

Если инвестиции направляются в социальные объекты, которые не приносят инвестору прибыль, то эффективность инвестиционного проекта оценивается с позиции достижения социальной цели проекта.

Это может быть улучшения условий проживания группы населения, повышение обеспеченности транспортными, бытовыми или иными социальными услугами граждан. В этом случае, должна быть четко определена цель проекта, ее конкретные параметры, достижение которых и будет считаться социальным эффектом. Такого рода эффективность носит название социально-экономической эффективности инвестиционного проекта.

Государство в России является крупнейшим инвестором, при этом инвестиции осуществляются из федерального, регионального и местного бюджетов. Кроме чисто бюджетного инвестирования, широкое распространение получило государственно-частное партнерство (ГЧП). Этот вид смешанного инвестирования дает эффект для бюджета и для частного инвестора. В таком варианте инвестирования определяется вначале эффект от проекта в целом, а затем эффект для бюджета и отдельно для частных инвесторов. Соответственно дается оценка экономической эффективности инвестиционного проекта в целом, затем определяется бюджетная эффективность инвестиционного проекта, и наконец, дается оценка экономической эффективности инвестиционного проекта для частного инвестора.

## 2. Порядок выполнения работы и содержание отчета

Порядок выполнения работы:

1) рассчитать показатели эффективности инвестиционного проекта;
2) оценить связь между показателями эффективности проекта.

Содержание отчета:

1) цель работы;
2) задание на лабораторную работу для своего варианта;
3) алгоритм решаемого задания с необходимыми пояснениями;
4) выводы по работе.

## 3. Контрольные вопросы

1) перечислить показатели эффективности инвестиционного проекта;
2) дать характеристику показателям эффективности инвестпроекта;
3) показать связь между показателями эффективности инвестпроекта.

## Лабораторная работа № 7
## «Риск и способы его компенсации. Дисперсия дохода портфеля ценных бумаг как оценка риска»

Цель работы: знать методы оценки риска.

1. Краткие теоретические сведения

Оценка риска - это совокупность аналитических мероприятий, позволяющих спрогнозировать возможность получения дополнительного предпринимательского дохода или определенной величины ущерба от возникшей рисковой ситуации и несвоевременного принятия мер по предотвращению риска.

Степень риска - это вероятность наступления случая потерь, а также размер возможного ущерба от него. Риск может быть:

1) допустимым - имеется угроза полной потери прибыли от реализации планируемого проекта;

2) критическим - возможны непоступление не только прибыли, но и выручки и покрытие убытков за счет средств предпринимателя;

3) катастрофическим - возможны потеря капитала, имущества и банкротство предпринимателя.

4) Количественный анализ - это определение конкретного размера денежного ущерба отдельных подвидов финансового риска и финансового риска в совокупности.

Иногда качественный и количественный анализ производится на основе оценки влияния внутренних и внешних факторов: осуществляются поэлементная оценка удельного веса их влияния на работу данного предприятия и ее денежное выражение. Такой метод анализа является достаточно трудоемким с точки зрения количественного анализа, но приносит свои несомненные плоды при качественном анализе. В связи .с этим следует уделить большее внимание описанию методов количественного анализа финансового риска, поскольку их немало и для их грамотного применения необходим некоторый навык.

В абсолютном выражении риск может определяться величиной возможных потерь в материально-вещественном (физическом) или стоимостном (денежном) выражении.

В относительном выражении риск определяется как величина возможных потерь, отнесенная к некоторой базе, в виде которой наиболее удобно принимать либо имущественное состояние предприятия, либо общие затраты ресурсов на данный вид предпринимательской деятельности, либо ожидаемый доход (прибыль). Тогда потерями будем считать случайное отклонение прибыли, дохода, выручки в сторону снижения. в сравнении с ожидаемыми

величинами. Предпринимательские потери - это в первую очередь случайное снижение предпринимательского дохода. Именно величина таких потерь и характеризует степень риска. Отсюда анализ риска прежде всего связан с изучением потерь.

В зависимости от величины вероятных потерь целесообразно разделить их на три группы:

1) потери, величина которых не превышает расчетной прибыли, можно назвать допустимыми;

2) потери, величина которых больше расчетной прибыли относятся к разряду критических - такие потери придется возмещать из кармана предпринимателя;

3) еще более опасен катастрофический риск, при котором предприниматель рискует понести потери, превышающие все его имущество.

Если удается тем или иным способом спрогнозировать, оценить возможные потери по данной операции, то значит получена количественная оценка риска, на который идет предприниматель. Разделив абсолютную величину возможных потерь на расчетный показатель затрат или прибыли, получим количественную оценку риска в относительном выражении, в процентах.

Говоря о том, что риск измеряется величиной возможных. вероятных потерь, следует учитывать случайный характер таких потерь. Вероятность наступления события может быть определена объективным методом и субъективным. Объективным методом пользуются для определения вероятности наступления события на основе исчисления частоты, с которой происходит данное событие.

Субъективный метод базируется на использовании субъективных критериев, которые основываются на различных предположениях. К таким предположениям могут относиться суждение оценивающего, его личный опыт, оценка эксперта по рейтингу, мнение аудитора-консультанта и т.п.

Таким образом, в основе оценки финансовых рисков лежит нахождение зависимости между определенными размерами потерь предприятия и вероятностью их возникновения. Эта зависимость находит выражение в строящейся кривой вероятностей возникновения определенного уровня потерь.

Построение кривой - чрезвычайно сложная задача, требующая от служащих, занимающихся вопросами финансового риска, достаточного опытами знаний. Для построения кривой вероятностей возникновения определенного уровня потерь (кривой риска) применяются различные способы: статистический; анализ целесообразности затрат; метод экспертных оценок; аналитический способ; метод аналогий. Среди них следует особо выделить три: статистический способ, метод экспертных оценок, аналитический способ.

## 2. Порядок выполнения работы и содержание отчета

Порядок выполнения работы:

1) применить математический аппарат для нахождения характеристик ценных бумаг с точки зрения рисков;
2) определить дисперсию дохода портфеля ценных бумаг.

Содержание отчета:

1) цель работы;
2) задание на лабораторную работу для своего варианта;
3) алгоритм решаемого задания с необходимыми пояснениями;
4) выводы по работе.

## 3. Контрольные вопросы

1) риск и диверсификация;
2) математический аппарат вычисления рисков.